

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН БЕЛАРУСИ

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ:
УСТОЙЧИВОСТЬ, УПРАВЛЕНИЕ,
ОПТИМИЗАЦИЯ

Материалы Международной научной конференции
памяти профессора Р.Ф. Габасова
Минск, 5–10 октября 2021 г.

DYNAMICAL SYSTEMS:
STABILITY, CONTROL, OPTIMIZATION

Proceedings of the International Scientific Conference
in memory of Professor R.F. Gabasov
Minsk, October 5–10, 2021

МИНСК
БГУ
2021

УДК 517.93(06) + 517.977(06)
ББК 22.161.6я431
Д46

Редакционная коллегия:

Ф. М. Кириллова (гл. ред.), В. В. Альсевич, А. И. Астровский,
В. В. Гороховик, Н. М. Дмитрук, Б. С. Калитин, О. И. Костюкова

Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация = Dynamical systems: stability, control, optimization : материалы Междунар. науч. конф. памяти профессора Р. Ф. Габасова, Минск, 5—10 окт. 2021 г. / Белорус. гос. ун-т ; редкол.: Ф. М. Кириллова (гл. ред.) [и др.]. — Минск : Изд. центр БГУ, 2021. — 213 с.
ISBN 978-985-553-732-9.

Издание содержит материалы докладов, представленных на Международной научной конференции «Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация» памяти профессора Р. Ф. Габасова. Тематика докладов касается проблем качественной и конструктивной теории управления системами обыкновенных, дифференциально-алгебраических, дифференциально-разностных, сингулярно-возмущенных уравнений, системами с распределенными параметрами, а также приложений в экономике, биологии, технике.

УДК 517.93(06) + 517.977(06)
ББК 22.161.6я431

ISBN 978-985-553-732-9

© Оформление. БГУ, 2021

ОРГАНИЗАТОРЫ

Белорусский государственный университет
Институт математики НАН Беларуси

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Сопредседатели:

академик РАН Куржанский А.Б. (Москва, Россия)
член-корр. НАН Беларуси Кириллова Ф.М. (Минск, Беларусь)

Члены Программного комитета:

Алиев Ф.А. (Азербайджан)	Mordukhovich B.Sh. (США)
Allgöwer F. (Германия)	Pham The Long (Вьетнам)
Ащепков Л.Т. (Канада)	Половинкин Е.С. (Россия)
Гороховик В.В. (Беларусь)	Срочко В.А. (Россия)
Калинин А.И. (Беларусь)	Субботина Н.Н. (Россия)
Карелин В.В. (Россия)	Ушаков В.Н. (Россия)
Kruger A. (Австралия)	Чикрий А.А. (Украина)
Мансимов К.Б. (Азербайджан)	Shklyar B.Sh. (Израиль)

ОРГКОМИТЕТ

Председатель:

Недзьведь А.М. (Белорусский государственный университет)

Заместители председателя:

Дмитрук Н.М. (Белорусский государственный университет)
Костюкова О.И. (Институт математики НАН Беларуси)

Ответственный секретарь: Альсевич В.В. (БГУ)

Члены Оргкомитета:

Асмыкович И.К. (БГТУ), Астровский А.И. (БГЭУ), Борухов В.Т. (ИМ НАНБ),
Габасова О.Р., Дымков М.П. (БГЭУ), Калитин Б.С. (БГУ), Крахотко В.В. (БГУ),
Лепин В.В. (ИМ НАНБ), Лавринович Л.И. (БГУ), Метельский А.В. (БНТУ),
Минченко Л.И. (БГУИР), Павленок Н.С. (БГУ)

3. Асеев С.М., Смирнов А.И. Принцип максимума Понтрягина для задачи оптимального прохождения через заданную область // Доклады Академии наук. 2004. Т. 395. № 5. С. 583–585.
4. Пшеничный Б.Н. Необходимые условия оптимальности, М.: Наука 1982.

ЭВОЛЬВЕНТА КРУГА И ТРЕХМЕРНОЕ МНОЖЕСТВО ДОСТИЖИМОСТИ ДЛЯ МАШИНЫ ДУБИНСА

В.С. Пацко, А.А. Федотов

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, Россия
patsko@imm.uran.ru

Под машиной Дубинса [1] понимаем управляемую систему на плоскости x, y :

$$\dot{x} = \cos \varphi, \quad \dot{y} = \sin \varphi, \quad \dot{\varphi} = u, \quad |u| \leq 1. \quad (1)$$

Движение системы происходит с постоянной линейной скоростью 1. Угол $\varphi \in (-\infty, \infty)$ задает направление вектора скорости и изменяется в силу скалярного управления $u(t)$. Угол отсчитывается от оси x против часовой стрелки.

Множеством достижимости $G(t_f)$ называем совокупность всех фазовых состояний, в каждое из которых систему (1) можно перевести в момент t_f при помощи некоторого кусочно-постоянного управления $u(t)$, удовлетворяющего ограничению $|u(t)| \leq 1$. Начальное состояние в момент $t_0 = 0$ без ограничения общности считаем нулевым.

В случае, когда множество достижимости рассматривается в геометрических координатах (проекция трехмерного множества $G(t_f)$ на плоскость x, y), его структура хорошо известна и описана в [2]. Здесь граница множества достижимости составляется при помощи четырех кривых, две из которых – эвольвенты круга, а две другие – кардиоиды.

Для трехмерного множества достижимости в работе [3] были выделены шесть типов управлений с двумя переключениями, которыми можно ограничиться при построении границы $G(t_f)$. Настоящая работа посвящена аналитическому описанию сечений множества $G(t_f)$ по угловой координате (φ -сечений). В частном случае, когда $t_f \leq 2\pi$, такое описание сделано в [4].

В общем случае граница двумерного φ -сечения составляется из дуг четырех кривых, каждая из которых порождается одним из шести типов управлений с двумя переключениями. Перечислим для $\varphi > 0$ используемые типы управлений: 1) $+1, 0, +1$; 2) $-1, 0, +1$; 3) $+1, 0, -1$;

6) $-1, +1, -1$. Установлено, что кривые A_1 и A_6 , соответствующие первому и шестому типу, являются дугами окружностей. Неожиданным для авторов оказалось то, что две другие кривые A_2 и A_3 являются участками эвольвент круга. Радиусы соответствующих кругов, на основе которых строятся эвольвенты, одинаковы и не зависят от t_f и φ . Однако центры кругов зависят от φ . Длина “нерастяжимой нити”, при помощи которой образуется эвольвента, равна $t_f - \varphi$.

В докладе будут показаны демонстрационные материалы (в том числе, видео), поясняющие структуру границы трехмерного множества достижимости с изменением момента t_f . Значительное внимание будет уделено случаям неодносвязности множества достижимости и его φ -сечений.

На рис.1 показан пример φ -сечения множества достижимости $G(t_f)$. При небольшом дальнейшем увеличении t_f происходит касание, а затем и пересечение кривых (эвольвент) A_2 и A_3 . Получаемое φ -сечение при фиксированном $\varphi = \pi/5$ на небольшом промежутке значений t_f становится неодносвязным.

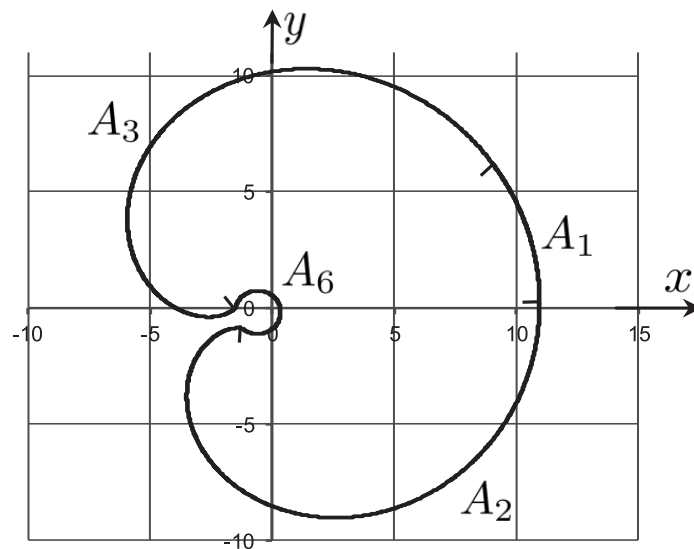


Рис. 1 — Сечение множества достижимости $G(t_f)$ по φ для значений $\varphi = \pi/5$ и $t_f = 7\pi/2$

Работа выполнена в рамках исследований, проводимых в Уральском Математическом Центре.

Библиографические ссылки

1. *Laumond J.-P. (ed.) Robot motion planning and control. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1998. 354 p. (Lecture Notes in Control and Information Sciences. Vol. 229).*

2. Cockayne E.J., Hall G.W.C. Plane motion of a particle subject to curvature constraints // SIAM Journal on Control and Optimization. 1975. Vol. 13. No. 1. P. 197–220.
3. Пацко В.С., Пятко С.Г., Федотов А.А. Трехмерное множество достижимости нелинейной управляемой системы // Известия РАН. ТиСУ. 2003. № 3. С. 8–16.
4. Пацко В.С., Федотов А.А. Аналитическое описание множества достижимости для машины Дубинса // Труды института математики и механики. 2020. Том 26. № 1. С. 182–197.

МОДЕЛИ РЕЖИМОВ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ДЛЯ ПОПУЛЯЦИЙ С НЕКОНТРОЛИРУЕМОЙ РЕПРОДУКТИВНОЙ АКТИВНОСТЬЮ

А.Ю. Переварюха

Санкт–Петербургский Федеральный исследовательский центр РАН,
Санкт–Петербург, Россия
temp_elf@mail.com

Введение. Во время активных инвазионных процессов распространения чужеродных биологических видов в новой для них биотической среде часто наблюдаются чрезвычайно стремительные изменения численности. Формы таких экстремальных переходных популяционных процессов чрезвычайно разнообразны. Виды при попадании в разные экосистемы демонстрируют несхожие режимы динамики. Инвазионные явление нельзя описать обобщенной популяционной моделью. Классификация форм динамики популяций видов-вселенцев является отдельной проблемой. Можно выделить несколько типов популяционного процесса с переходом к фазе взрывообразного размножения. Вспышка может быть единичной пороговой Λ –образной, серией пилообразных несвязных пиков или негармонических флуктуаций как у бабочки *Choristoneura fumiferana* в Канаде — режим экстремальных колебаний численности агрессивного вида. Репродуктивная активность вселенца перестает эффективно контролироваться средой. Противодействие становится минимальным, и если репродуктивный потенциал высок, запускается разрушительная вспышка. У всех сообществ есть некоторый предел выдерживаемого давления. Моделирование явлений предусматривает варианты завершения для экстремальных сценариев.

1. Модифицированные модели колебаний вида-вселенца. Колебания численности многих видов не зависят от динамики их конкурентов [1]. Автоколебательные режимы наблюдались у лаборатор-