

XVIII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ИНТЕГРИРОВАННЫМ НАВИГАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ



30 мая - 01 июня 2011 г.
САНКТ-ПЕТЕРБУРГ, РОССИЯ

ПРИ ПОДДЕРЖКЕ:

- НАУЧНОГО СОВЕТА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ И НАВИГАЦИИ
- РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ (РФФИ)
- МЕЖДУНАРОДНОЙ ОБЩЕСТВЕННОЙ ОРГАНИЗАЦИИ
«АКАДЕМИЯ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ» (АНУД)
- АМЕРИКАНСКОГО ИНСТИТУТА АЭРОНАВТИКИ И АСТРОНАВТИКИ (AIAA)
- ИНСТИТУТА ИНЖЕНЕРОВ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ (IEEE), США
- АССОЦИАЦИИ АСТРОНАВТИКИ И АЭРОНАВТИКИ ФРАНЦИИ (AAAF)
- ФРАНЦУЗСКОГО ИНСТИТУТА НАВИГАЦИИ (IFN)
- НЕМЕЦКОГО ИНСТИТУТА НАВИГАЦИИ (DGON)

АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ОШИБОК РЛС ПО АЗИМУТУ НА ОСНОВЕ ФИЛЬТРАЦИИ КАЛМАНА *

Д. А. Бедин¹

Институт математики и механики УрО РАН,
620990, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 16. Телефон: +7 (343) 3753444.
Факс: +7 (343) 3752581. E-mail: Jango.Urals@gmail.com

Аннотация

Ключевые слова: измерения РЛС, систематическая ошибка, фильтр Калмана

Рассматривается задача, возникающая в управлении воздушным движением гражданской авиации. Для системы из нескольких обзорных радиолокационных станций (РЛС) требуется идентифицировать систематическую ошибку по азимуту, присутствующую в измерениях каждой станции. Наличие такой ошибки приводит к смещению наблюдаемого трека.

Предлагается математическая постановка, сводящаяся к задаче оценивания случайного вектора при условии нелинейного уравнения наблюдения. Приведено аналитическое решение в виде плотности апостериорного распределения. Практическое применение аналитического решения из-за его сложности затруднено, ввиду чего вводится упрощенное решение, использующее вычислительные формулы фильтрации Калмана.

Алгоритм упрощенного решения опробован на модельных и реальных данных.

Введение

Предполагается, что несколько РЛС осуществляют наблюдение за воздушным судном (ВС), измеряя в дискретные моменты времени дальность до него и азимут, по которому оно наблюдается. Условимся, что система РЛС такова, что на территории ее действия поверхность Земли можно подменить плоскостью (обозначим ее за Π). Результаты измерений – отметки замеров – откладываются на плоскости Π от точки, изображающей РЛС на измеренном расстоянии и по измеренному азимуту.

Измерения РЛС как по дальности, так и по азимуту производятся с ошибками. Ошибки можно разделить на систематические и случайные. Случайные ошибки связаны с процессом радиолокации и с большой степенью точности имеют нормальный закон распределения с нулевым математическим ожиданием. Систематические ошибки связаны с дополнительными погрешностями другой природы. Может существовать значительная систематическая ошибка по азимуту. Если в системе РЛС находится несколько (больше 2) станций, появляется возможность определения систематических ошибок по азимуту, поскольку направления смещения замеров у разных станций различные [1].

Модель наблюдения РЛС

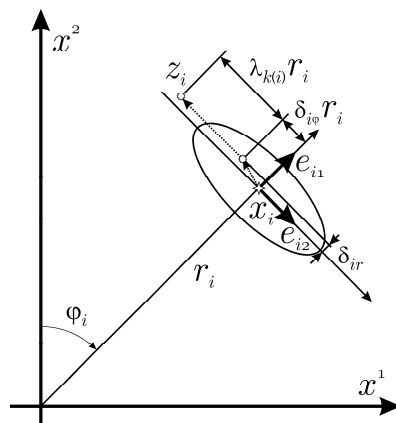


Рис. 1. Модель наблюдения РЛС.
РЛС расположена в точке (0, 0)

Обозначим вектор истинного положения ВС на плоскости Π в момент времени t_i за x_i .

Предполагаем, что в каждый момент t_i измерения производит только одна РЛС, номер которой задается функцией $k(i)$. Считаем, что РЛС находится в точке $l_{k(i)}$ плоскости Π . Введем символы (показаны на рис. 1): e_{i1} , e_{i2} – единичные векторы, указывающие направление действия ошибки по дальности и по азимуту, соответственно; r_i – истинное расстояние между ВС и РЛС; σ_r – среднеквадратичное отклонение случайной ошибки по дальности; σ_ϕ – среднеквадратичное отклонение случайной ошибки по азимуту. Условимся, что среднеквадратичные отклонения случайных ошибок разных РЛС одинаковые, при этом систематические ошибки по азимуту разные и обозначаются λ_k .

Выпишем уравнение наблюдения:

$$z_i = x_i + e_{i1} \cdot \sigma_r w_i^r + e_{i2} \cdot r_i \sigma_\phi w_i^\phi + e_{i2} \cdot r_i \lambda_{k(i)} . \quad (1)$$

Здесь w_i^r, w_i^ϕ – скалярные независимые нормально распределенные величины с нулевым

¹ Мл. научный сотрудник.

математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Введем предположение о равномерном прямолинейном движении ВС. В таком случае положение ВС на плоскости Π в момент времени t_i является линейной функцией начального положения и скорости. Обозначим через $y \in R^m$ вектор-столбец, включающий в себя эти параметры, а также все неизвестные систематические ошибки λ_k . Связь между x_i и y имеет вид

$$x_i = A_i y, \quad (2)$$

где A_i – зависящая только от времени t_i матрица. Поскольку параметры e_{i1} , e_{i2} , r_i зависят от x_i , уравнение (1) может быть представлено в виде

$$z_i = C_i(x_i)y + D_i(x_i)w_i = C_i(A_i y)y + D_i(A_i y)w_i. \quad (3)$$

Здесь $C_i(\cdot)$, $D_i(\cdot)$ – матричные функции переменной x_i ; w_i содержит случайные величины w_i^r, w_i^ϕ .

Нелинейная фильтрация

Задача сводится к оценке неизвестной случайной величины Y , значениями которой являются все возможные векторы y , по результатам измерений при нелинейном уравнении наблюдения (3). Предполагается известным априорное распределение Y , заданное, например, в виде функции плотности ρ_0 . Ненормированная плотность ρ' условного распределения по результатам измерений $\{z_1, \dots, z_k\}$ выражается [2]:

$$\rho'_{Y|\{z_1, \dots, z_k\}}(y) = \prod_{i=1}^k (g_i(y) e^{f_i(y)}) \rho_0(y); \quad (4)$$

$$g_i(y) = \frac{1}{2\pi |\det D_i(A_i y)|}; \quad f_i(y) = -\frac{1}{2} (z_i - C_i(A_i y)y)^T (D_i^{-1}(A_i y))^T D_i^{-1}(A_i y) (z_i - C_i(A_i y)y), \quad y \in R^m.$$

Окончательно плотность условного распределения вычисляется нормировкой выражения (4).

Формула (4) полностью характеризует условное распределение случайной величины Y по результатам измерений $\{z_1, \dots, z_k\}$. Однако возникают значительные трудности с ее использованием. Рассмотрим вариант упрощения соотношения (4), основанный на замене x_i на z_i :

$$C_i(A_i y) = C_i(x_i) \approx C_i(z_i), \quad D(A_i y) = D(x_i) \approx D_i(z_i). \quad (5)$$

Приближенная функция ненормированной плотности имеет вид

$$\tilde{\rho}'(y) = \prod_{i=1}^k (\tilde{g}_i e^{\tilde{f}_i(y)}) \rho_0(y), \quad (6)$$

$$\tilde{g}_i = \frac{1}{2\pi |\det D_i(z_i)|}, \quad \tilde{f}_i(y) = -\frac{1}{2} (z_i - C_i(z_i)y)^T (D_i^{-1}(z_i))^T D_i^{-1}(z_i) (z_i - C_i(z_i)y), \quad y \in R^m.$$

В (6) функции $\tilde{f}_i$ являются положительно определенными квадратичными формами y . Если априорная плотность ρ_0 имеет нормальное распределение, то и $\tilde{\rho}'$ будет соответствовать нормально распределенной случайной величине $\tilde{Y}_k$ – приближению Y по итогам k измерений. Величина $\tilde{Y}_k$ полностью характеризуется своим математическим ожиданием m_k и матрицей ковариаций P_k , которые могут быть вычислены рекуррентно по следующим формулам (у $C_k(z_k)$, $D_k(z_k)$ опущены аргументы):

$$\begin{aligned} \beta_k &= P_{k-1} C_k^T (C_k P_{k-1} C_k^T + D_k D_k^T)^{-1}, \\ m_k &= m_{k-1} + \beta_k (z_k - C_k m_{k-1}), \\ P_k &= (I - \beta_k C_k) P_{k-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Формулы (7) соответствуют уравнению наблюдения (3), в котором произведена замена (5)

$$z_i = C_i(z_i)y + D_i(z_i)w_i. \quad (8)$$

Соотношения (7) совпадают с соотношениями фильтрации Калмана [2], которые могли бы быть выписаны для (8), если бы в этом уравнении не было зависимости от z_i в правой части.

Программная реализация

Алгоритм (7) реализован в исследовательской программе и показал хорошие результаты при проверках на модельных и реальных данных РЛС [1]. На рис. 2 показана выборка из нескольких треков РЛС, соответствующих движению одного ВС (хорошо виден трек с большой систематической ошибкой по азимуту, далеко отстоящий от остальных). На рис. 3 показаны те же треки после поворота на найденную систематическую ошибку по азимуту.

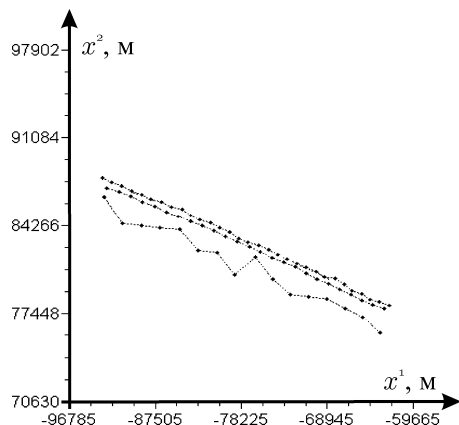


Рис. 2. Исходные треки от трех РЛС

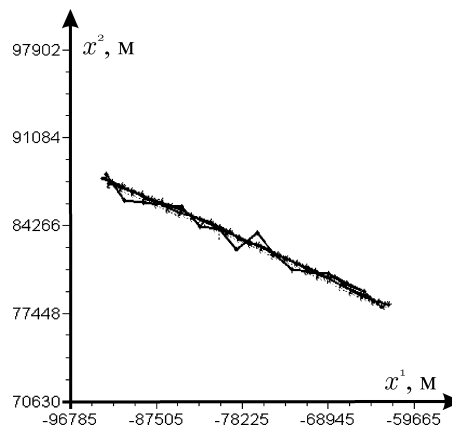


Рис. 3. Три трека РЛС после обработки

*Работа выполнена в рамках программы Президиума РАН «Математическая теория управления»,
при финансовой поддержке УрО РАН (проект № 09-П-1-1015),
а также при поддержке РФФИ, грант 10-01-96006*

Литература

1. **Федотов А.А., Иванов А.Г., Бедин Д.А., Беяков А.В., Строков К.В.** Разработка и внедрение алгоритмов автоматизированных систем УВД (этап 3). Идентификация систематических ошибок нескольких РЛС по азимуту / Отчет о научно-экспериментальной работе. Екатеринбург: ИММ УрО РАН, 2010. (материал представлен на сайте: <http://home.imm.uran.ru/sector3/otchetIMM1007/nita2010-7.html>).
2. **Миллер Б.М., Панков А.Р.** Теория случайных процессов в примерах и задачах. – М.: Физматлит, 2002 – 320 с.