

Санкт-Петербургский государственный университет
Факультет прикладной математики – процессов управления

Всероссийское (с международным участием)
совещание по интервальному анализу
и его приложениям

ИНТЕРВАЛ-06

1–4 июля 2006 года, Петергоф, Россия

РАСШИРЕННЫЕ ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Санкт-Петербург

2006

*Печатается по постановлению Редакционно-издательского совета Факультета
Прикладной математики – процессов управления
Санкт-Петербургского Государственного университета*

Всероссийское (с международным участием) совещание по интервальному анализу и его приложениям ИНТЕРВАЛ-06, 1–4 июля 2006 года, Петергоф, Россия. Расширенные тезисы докладов. — СПб: ВВМ, 2006. — 159 с.

ISBN 5-9651-0220-8

В настоящем сборнике помещены расширенные тезисы докладов, представленных на Всероссийском (с международным участием) совещании по интервальному анализу и его приложениям, 1–4 июля 2006 года, Петергоф, Россия.

Сборник адресован исследователям, как профессиональным математикам, так и специалистам в приложениях, инженерам, аспирантам и студентам, которые изучают и применяют интервальные методы, а также всем интересующимся этой перспективной и увлекательной областью знаний.

Ответственные за выпуск:

д.т.н. Г.Г. Меньшиков, д.ф.-м.н. С.П. Шарый.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Факультет прикладной математики – процессов управления (ПМ-ПУ) Санкт-Петербургского государственного университета проводит 1–4 июля 2006 года Всероссийское (с международным участием) совещание по интервальному анализу и его приложениям — ИНТЕРВАЛ-06.

Научные мероприятия, посвящённые интервальному анализу и его приложениям, проводятся в Советском Союзе и России ежегодно с 1984 г. Их организаторами в различные годы выступали ВЦ СО АН СССР в г. Красноярске (в настоящее время — Институт вычислительного моделирования СО РАН), Институт вычислительных технологий СО РАН, Институт систем информатики СО РАН, Саратовский госуниверситет, Санкт-Петербургский госуниверситет, Московский энергетический институт (см. <http://www.ict.nsc.ru/interval/Conferences/>).

Ряд лет вместо отдельных конференций специалисты по интервальному анализу собирались в виде секций на больших мероприятиях, посвящённых тем или иным аспектам прикладной и вычислительной математики или математического моделирования. Последние годы интервальные конференции проводились в Азиатской части России: международные совещания по интервальному анализу и методам распространения ограничений ИМРО'03 (Новосибирск, 2003) и ИМРО'04 (Новосибирск, 2004), секция «Интервальный анализ» на XIII Байкальской международной школе-семинаре по методам оптимизации и их приложениям (Иркутск–Северобайкальск, 2005).

В 2006 году встреча специалистов по интервальному анализу организуется в одном из красивейших мест Европейской России — в городе Петергофе Ленинградской области, на базе факультета ПМ-ПУ Санкт-Петербургского госуниверситета, одного из учебных заведений России, где преподаётся систематический курс интервального анализа в приложениях к локализуемым и доказательным вычислениям. Наше мероприятие пройдёт в той части города Петергоф, которая во время Великой Отечественной войны находилась в пределах легендарного Ораниенбаумского плацдарма и не была оккупирована немецко-фашистскими войсками.

Следует отметить, что история подобных мероприятий в Санкт-Петербурге отсчитывается с 1993 года, когда на Международном конгрессе по компьютерным системам и прикладной математике (CSAM'93) были организованы несколько тематических «интервальных» секций. В следующем 1994 году крупным событием научной жизни не только Санкт-Петербурга, но также России и зарубежья, стала Международная конференция по интервальным и компьютерно-алгебраическим методам в науке и технике INTERVAL-94. Наконец, летом 2000 года в рамках 6-й Международной конференции IMACS по компьютерной алгебре (IMACS ACA'2000) в Санкт-Петербурге был проведён плодотворный минисимпозиум по интервальным методам с представительным иностранным участием. Во всех этих мероприятиях активную роль играли и сотрудники факультета ПМ-ПУ СПбГУ.

В течение последних лет вышеназванные крупные мероприятия удачно дополнялись местными научными форумами, среди которых следует упомянуть межвузовские конференции аспирантов и студентов «Процессы управления и устойчивость», которые проводятся на факультете ПМ-ПУ в апреле каждого года в день рождения его создателя Владимира Ивановича Зубова. На них также звучит интервальная тематика.

Мы предполагаем сделать наше Совещание форумом для обсуждения широкого спектра результатов современного интервального анализа и его приложений. В информационных сообщениях о Совещании направления его работы были определены следующим кругом вопросов:

- интервальные методы для решения уравнений и систем уравнений,
- интервальные методы в задачах приближения функций,
- интервальные методы решения дифференциальных уравнений, как обыкновенных, так и в частных производных,
- интервальные методы в математическом программировании и исследовании операций,
- технические и экономические приложения интервального анализа,
- использование интервальных методов в вычислениях с гарантированной точностью и доказательных вычислениях на ЭВМ.

Но, как видно из настоящего Сборника, реальная тематика Совещания даже вышла за рамки первоначально намеченной схемы. Представленные работы отражают большое разнообразие и динамизм исследований по интервальному анализу, которые ведутся в настоящее время в России и бывшем Советском Союзе.

Программный комитет Совещания ИНТЕРВАЛ-06

- Заслуженный деятель науки и техники России, проф. Г.Г. Меньшиков (зав. кафедрой математической теории микропроцессорных систем управления факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербург),
- проф. В.М. Нестеров (главный редактор международного журнала Reliable Computing, Санкт-Петербург),
- проф. С.П. Шарый (ведущий научный сотрудник Института вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск; старший инженер Новосибирского отделения Intel Corporation),
- академик Ю.И. Шокин (директор Института вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск),
- доцент В.В. Евстафьева (зам. декана факультета ПМ-ПУ СПбГУ, Санкт-Петербург),
- проф. В.Я. Крейнович (Университет Техаса в Эль-Пасо, Эль-Пасо, США),
- проф. С.П. Соколова (ведущий научный сотрудник Института информатики и автоматизации РАН, Санкт-Петербург).

Организационный комитет Совещания

Доцент В.В. Евстафьева (председатель), проф. Г.Г. Меньшиков (зам. председателя), проф. С.П. Шарый, доцент И.А. Моисеев, доцент В.Б. Орлов, доцент А.В. Зубов, доцент В.А. Петрова, ст. преп. О.А. Иванова, аспирант Е.В. Виноградов, аспирант П.А. Зубов.

Научная программа Совещания

Научная программа Совещания состоит из устных докладов продолжительностью 25 минут, с перерывами на чай и кофе. Официальным рабочим языком Совещания является русский, но допускаются доклады и на английском языке.

Проживание

Предполагается в гостинице, расположенной в студенческом городке в Старом Петергофе, примерно в 15 минутах ходьбы от корпуса факультета ПМ-ПУ СПбГУ и в 20 минутах ходьбы от остановочной платформы «Университет» железной дороги. Рядом находится автобусная остановка. Менее чем за час маршрутное такси доставит Вас за 30 рублей до станции метро «Автово» Санкт-Петербурга.

Организационный взнос

Совещание проводится за счёт организационных взносов участников, составляющих 2000 рублей для граждан СНГ и 6000 рублей для участников, не являющихся гражданами СНГ. Эти средства идут на организацию перерывов между заседаниями (чай, кофе), товарищеский ужин и издание Сборника расширенных тезисов Совещания.

Официальный веб-сайт Совещания

<http://www.ict.nsc.ru/interval/Conferences/Interval-06/>

РАЗРАБОТКА СОВМЕСТНОГО РОССИЙСКОГО–ISO СТАНДАРТА (МЕТОДИКИ) ОБРАБОТКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЙ И МАЛОГО ЧИСЛА НАБЛЮДЕНИЙ (НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ИНТЕРВАЛЬНОГО АНАЛИЗА)¹

С.И. Кумков

*Институт математики и механики УрО РАН,
ул.С.Ковалевской 16, Екатеринбург ГСП-384, 620219, Россия
E-mail: kumkov@imm.uran.ru*

Аннотация

Рассматривается применение методов оптимального наблюдения и интервального анализа к оцениванию информационного множества значений параметров описывающего полинома, совместных с заданной выборкой замеров (измерений). Оценивание выполняется в условиях неопределенности вероятностных характеристик ошибок измерений. На ошибки измерений накладываются только геометрические ограничения. Линейность описывающего полинома относительно оцениваемых параметров позволяет эффективно конкретизировать интервальные процедуры, использовать быстрые процедуры выпуклого анализа и получать точное описание многогранника допустимых значений параметров. Теоретическая обоснованность, простота алгоритмов и соответствующего программного обеспечения позволяет рекомендовать предлагаемый подход для разработки официального метрологического стандарта (методики) по обработке информации с погрешностями измерения в условиях неопределенности и малой длины выборки.

Ключевые слова: стандарт, методика оценивания, выборка замеров, ошибки измерения, условия неопределенности, множество неопределенности замера, описывающий полином, параметры, частичное информационное множество параметров, информационное множество, трубка зависимостей, несовместная выборка, совместная подвыборка

Keywords: standard, guide to estimation, measurements sample, measuring errors, uncertainty conditions, measurement uncertainty set, describing polynomial, parameters, partial informational set of parameters, informational set, tube of dependencies, inconsistent sample, consistent subsample

1. Введение

Разработка предлагаемого стандарта (методики) обусловлена необходимостью совершенствования и расширения методов обработки измерительной информации с погрешностями измерения. Особая потребность в предлагаемой методике возникает в случаях, когда использование стандартных методов математической статистики затруднено из-за неопределенности или полного отсутствия информации о вероятностных характеристиках погрешностей измерений и при малой длине имеющейся выборки замеров (измерений). Причем в таких условиях наибольшую трудность представляет вычисление допустимых областей действительных значений единичных физических величин и, областей действительных значений параметров зависимостей и областей их действительных значений (трубки).

Основное применение рассматриваемой методики – обработка результатов измерений при разрушающих испытаниях, межлабораторных определениях, круговых сличениях, в случаях технических или экономических затруднений повторения эксперимента, а также в алгоритмах обработки результатов измерений быстро протекающих процессов в реальном масштабе времени. Методика разрабатывается в развитие и дополнение к Российскому стандарту [1], Методике [2] и Европейскому стандарту [3].

2. Основные понятия и определения

По сравнению с [4] вводятся и используются следующие новые основные понятия, термины и определения.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 06–01–00414, 04–01–96099) и корпорации “Новые Информационные Технологии в Авиации” (контракт 53/2005).

Описывающая зависимость. Функция заданного типа $y = f(x, P)$, зависящая от значений аргумента $x \in [x_{\min}, x_{\max}]$ на интервале его изменения и от значений вектора P параметров. Оцениванию подлежат: множество действительных значений параметров и область действительных значений зависимости (уточненная "трубка" значений зависимости).

Модель погрешности замера (измерения). Известная исследователю структура возникающей погрешности измерения. Используются минимальные сведения о возможной модели погрешности измерения. Модель общего вида может содержать как относительную δ_i , так и абсолютную ε_i составляющие погрешности

$$y_i = y(x_i, P) = y_i^*(x_i, P)(1 + \delta_i) + \varepsilon_i, \quad |\delta_i| \leq \delta_{\max}, \quad |\varepsilon_i| \leq \varepsilon_{\max},$$

где i – номер замера; x_i – значение аргумента в i -том замере; y_i – замер с погрешностью; $y_i^*(x_i, P)$ – неизвестное истинное значение зависимости; δ_{\max} , ε_{\max} – максимальные величины компонент погрешности измерений. Если информация о структуре ошибки отсутствует, то погрешность ограничивается эквивалентной суммарной величиной ε_{\max} .

Множество неопределенности (МН) единичного замера. Множество (область) значений аргумента и функции, совместных с пределами погрешности измерений аргумента и функции в данном замере. Для случая модели только с абсолютными погрешностями максимальных величин Δx_{\max} и Δy_{\max} и однородной выборки

$$H_i = [x_i - \Delta x_{\max}, x_i + \Delta x_{\max}] \times [y_i - \Delta y_{\max}, y_i + \Delta y_{\max}].$$

В общем случае модели ошибки, МН замера строится по специальным формулам [7]. В случае, если аргумент замера точно, МН данного замера является **интервалом неопределенности**

$$H_i = [y_i - \Delta y_{\max}, y_i + \Delta y_{\max}].$$

Действительная (допустимая) зависимость. Функция заданного вида, проходящая через МН всех ее замеров.

Действительное (допустимое) значение вектора параметров. Значение вектора параметров, определяющих действительную зависимость.

Априорное множество IS_0 возможных значений параметров. Область значений вектора параметров, границы которой оценены *a priori* теоретически или определены по результатам предшествующих измерений.

Парциальное информационное множество $PIS_{i,j,k}$ действительных (допустимых) значений параметров. Множество (область) значений параметров, совместных с некоторой группой i, j, k замеров заданной выборки.

Информационное множество $IS(P)$ параметров зависимости. Область действительных значений параметров зависимости, совместных со всей полученной выборкой замеров и заданным типом зависимости.

Трубка $F(x)$ действительных (допустимых) значений зависимости. Область значений зависимости, совместных с заданной выборкой замеров, заданным типом зависимости и информационным множеством параметров. Область описывается совокупностью интервалов

$$F(x) = \{[F_{i,\min}, F_{i,\max}], i = 1, N\}, \quad F_{i,\min} = \min_{P \in IS(P)} \{y(x_i, P)\}, \quad F_{i,\max} = \max_{P \in IS(P)} \{y(x_i, P)\}.$$

Совместная выборка. Выборка совместна, если информационное множество ее параметров непусто. Эквивалентно: если существует хотя бы одна действительная зависимость.

Для наиболее простого случая зависимости $y = C = \text{Const}$, т.е., постоянной измеряемой физической величины, упрощаются следующие определения.

Множество неопределенности H единичного замера. Область возможных значений единичного замера, зависящая от диапазона погрешности средства или методики измерений; диапазон определяется заранее на основе предварительных исследований в соответствии с моделью погрешности измерений. В случае наличия только абсолютной ошибки, интервал неопределенности каждого замера y_i описывается $H_i = [y_i - \Delta y_{\max}, y_i + \Delta y_{\max}]$.

Интервал $I(C)$ действительных значений постоянной физической величины. Интервал значений измеряемой величины, совместных с заданной выборкой замеров; интервал ограничен снизу максимальной из нижних границ множеств неопределенности единичных замеров, а сверху – минимальной из верхних границ множеств неопределенности

$$I(C) = \bigcap_i H_i = [h_{\min}, h_{\max}], \quad i = 1, N, \quad h_{\min} = \max_i \{y_i - \Delta y_{\max}\}, \quad h_{\max} = \min_i \{y_i + \Delta y_{\max}\}.$$

3. Построение информационного множества параметров

Подход основан на методах оптимального наблюдения в условиях неопределенности [5] и методах интервального анализа [6–8], когда на ошибку измерений накладывается только геометрическое ограничение (ограничение на максимум модуля ошибки). Вероятностные характеристики ошибок замеров неизвестны.

В качестве первого варианта разрабатываемой методики предлагается наиболее простой и интересный для практического применения случай, когда исследуемый процесс описывается полиномом независимого аргумента первой или второй степени и правой частью, линейной относительно неизвестных коэффициентов. Использование указанной формы зависимости от параметров позволяет применить быстрые процедуры выпуклого анализа для построения множеств допустимых значений параметров – информационных множеств. Методика может использоваться и для оценивания параметров зависимостей, сводящихся к указанному виду относительно параметров [9–11].

Проиллюстрируем основные процедуры на примере линейной зависимости $y = Ax + B$, параметры которой оцениваются по заданной выборке замеров с погрешностями $\{y_i, x_i\}$, $i = 1, N$ длиной N в значениях x_i аргумента, когда значения аргумента (абсцисса) известны точно и полагаются строго упорядоченными по возрастанию $x_i < x_j$ для всех $i < j$. Примем, для простоты изложения, что модель ошибки замера содержит только абсолютную компоненту Δy_{\max} . Заданной выборке замеров поставим в соответствие набор множеств неопределенности

$$H_i = [h_{i\min}, h_{i\max}], \quad h_{i\min} = y_i - \Delta y_{\max}, \quad h_{i\max} = y_i + \Delta y_{\max}, \quad i = 1, N.$$

Оценка безусловных интервалов параметров. По аналогии с [1] оценим полезные на практике безусловные интервалы I_A и I_B параметров. Для каждой пары МН H_i, H_j замеров $i = 1, N - 1; j = i + 1, N$ границы парциальных интервалов параметра A рассчитываются

$$A_{i,j} = [a_{i,j,\min}, a_{i,j,\max}], \quad a_{i,j,\min} = (h_{j\min} - h_{i\max}) / (x_j - x_i), \quad a_{i,j,\max} = (h_{j\max} - h_{i\min}) / (x_j - x_i).$$

Границы парциальных интервалов параметра B рассчитываются

$$B_{i,j} = [b_{i,j,\min}, b_{i,j,\max}], \quad b_{i,j,\min} = h_{i\min} - a_{i,j,\max}x_i, \quad b_{i,j,\max} = h_{i\max} - a_{i,\min}x_i.$$

Безусловные интервалы параметров находятся пересечением парциальных интервалов по парам замеров $i = 1, N - 1, j = i + 1, N$,

$$I_A = \bigcap_{i,j} A_{i,j} = [a_{\min}, a_{\max}], \quad a_{\min} = \max\{a_{i,j,\min}\}, \quad a_{\max} = \min\{a_{i,j,\max}\},$$

$$I_B = \bigcap_{i,j} B_{i,j} = [b_{\min}, b_{\max}], \quad b_{\min} = \max\{b_{i,j,\min}\}, \quad b_{\max} = \min\{b_{i,j,\max}\}.$$

Эти безусловные интервалы дают бок-оценку сверху области возможных значений оцениваемых параметров. Такая оценка хотя и полезна для прикидочных расчетов, но может оказаться весьма грубой.

Точная оценка двумерного информационного множества $IS(A, B)$ параметров. Это множество является аналогом доверительной двумерной области [1] значений параметров при заданном уровне доверительной вероятности. Для каждой пары МН H_i и H_j замеров $i = 1, N - 1; j = i + 1, N$ рассчитываются парциальные двумерные информационные множества

$$PIS_{i,j}(A, B) = PIS_{i,j}.$$

на плоскости $a \times b$ оцениваемых параметров. Вследствие линейности правой части зависимости по данным параметрам и строгой упорядоченности значений аргумента замеров, каждое множество $PIS_{i,j}$ является замкнутым, выпуклым четырехугольником – параллелограммом. Такой параллелограмм задается четырьмя вершинами и линейными границами между ними. *Здесь очевидным образом конкретизируются интервальные процедуры построения в явном виде двумерных множеств параметров использованием функции, обратной заданной описывающей функции* [6,7,9–11]. Вершины (упорядоченные, например, отсчетом по часовой стрелке от правой верхней) каждого параллелограмма находятся:

$$a_{i,j}^1 = (h_{j,\max} - h_{i,\max}) / (x_j - x_i), \quad b_{i,j}^1 = h_{i,\max} - a_{i,j}^1 x_i,$$

$$a_{i,j}^2 = (h_{j,\max} - h_{i,\min}) / (x_j - x_i), \quad b_{i,j}^2 = h_{i,\min} - a_{i,j}^2 x_i,$$

$$a_{i,j}^3 = (h_{j,\min} - h_{i,\min}) / (x_j - x_i), \quad b_{i,j}^3 = h_{i,\min} - a_{i,j}^3 x_i,$$

$$a_{i,j}^4 = (h_{j,\min} - h_{i,\max}) / (x_j - x_i), \quad b_{i,j}^4 = h_{i,\max} - a_{i,j}^4 x_i.$$

Точная оценка двумерного информационного множества параметров $IS(A, B)$ находится специализированной быстрой операцией пересечения выпуклых парциальных множеств по всем парам замеров [9–11]

$$IS(A, B) = \bigcap_{i,j} PIS_{i,j}, \quad i = 1, N - 1, \quad j = i + 1, N.$$

Данное множество является замкнутым выпуклым многоугольником с ограниченным числом вершин и точными линейными границами между ними.

Трубка $F(x)$ действительных значений линейной зависимости. В рассматриваемой методике трубка действительных значений зависимости является аналогом области доверительных значений зависимости для каждого значения аргумента. В соответствии с приведенным выше определением, трубка $F(x) = \{[F_{i,\min}, F_{i,\max}], i = 1, N\}$ действительных значений зависимости находится

$$F_{i,\min} = \min_{(A,B) \in IS(A,B)} \{Ax_i + B\}, \quad F_{i,\max} = \max_{(A,B) \in IS(A,B)} \{Ax_i + B\}.$$

Оценка совместности заданной выборки. Использование идеологии интервального анализа позволяет ввести принципиально новую операцию **конструктивного анализа совместности** заданной выборки замеров с погрешностями. Именно, появляется возможность прямого выявления факта совместности – несовместности выборки при заданном уровне Δy_{\max} максимальной ошибки замера.

В процессе вычисления двумерного информационного множества $IS(A, B)$ при действительном значении ограничения на ошибку пересечение парциальных множеств **для совместной выборки всегда непусто**. В случае **несовместности** выборки, например, наличия хотя бы одного промаха $[1, 2, 4]$, пересечение **всегда пусто**, т.е. информационное множество не существует.

Разбиение несовместной выборки на совместные подвыборки и выявление одиночных промахов. В существующих стандартах [1, 2], опирающихся на методы математической статистики, выявление и исключение промахов выполняется по стандартному правилу “два сигма”. В случае наличия нескольких промахов разных знаков или сильного систематического смещения некоторой группы замеров относительно остальной части выборки, правило “два сигма” может оказаться просто неприменимым или приводить к фатальным искажениям результата.

Использование идеологии интервального анализа позволило разработать конструктивную операцию **разбиения несовместной выборки замеров на совокупность внутренне совместных подвыборок**. Здесь следующим образом были использованы процедуры выделения полных подграфов из заданного графа [12]. Набор парциальных информационных множеств

$$\{PIS_{i,j}, i = 1, N - 1; j = i + 1, N\},$$

полагается графом с данными множествами в качестве вершин. Каждая произвольная пара вершин $PIS_{i,j}$ и $PIS_{k,l}$ полагается связанной ребром $(i, j) - (k, l)$, если пересечение $PIS_{i,j} \cap PIS_{k,l}$ непусто. В противном случае вершины не связаны и ребро отсутствует.

Группа вершин образует полный связный подграф, если все они попарно связаны между собой ребрами. В терминах парциальных множеств это означает непустоту их полного пересечения, т.е., означает, что замеры соответствующих номеров образуют **совместную подвыборку**. Таким образом, если совместная подвыборка образует некоторый полный подграф, например, с числом вершин M , то к каждой его вершине подходит не менее M ребер. В отличие от этого, каждый одиночный промах приводит к изолированным вершинам (парциальным информационным множествам), которые не имеют связующих ребер.

Алгоритмы выделения полных связных подграфов достаточно широко известны. Однако, поскольку с ростом числа замеров в выборке количество попарных парциальных информационных множеств сильно растет, то для получения быстрых процедур разработаны специальные алгоритмы построения парциальных множеств и выделения совместных подвыборок в случае несовместности заданной выборки.

Рассмотренная методика применялась как для оценивания полиномиальных зависимостей с размерностью вектора параметров три и более, так и для оценивания нелинейных зависимостей. Был разработан специальный комбинированный алгоритм. В нем для части параметров и, особенно, для параметров, нелинейно входящих в зависимость, используется сеточное представление, а по остальным параметрам, линейно входящим в зависимость, выполняется рассмотренное точное оценивание двумерных сечений многомерного информационного множества параметров. Методика также успешно применялась в случаях, когда заменой переменных нелинейную зависимость описывающей функции от параметров удается свести к линейной.

В Институте математики и механики УрО РАН (ИММ) совместно с Уральским научно-исследовательским институтом метрологии (УНИИМ) и Метрологическим Центром УрО РАН (СЕРТИ-МЕТ) разработан задел по данной методике и соответствующему экспериментальному программному обеспечению для выполнения расчетов на ЭВМ. Специализированные варианты методики и программное обеспечение были исследованы на представительном круге практических задач обработки экспериментальной информации в теплофизике, высокотемпературной электрохимии, органическом синтезе лекарственных средств, оценивании показателей стабильности эталонных образцов, в системах управления воздушным движением и управления космическими аппаратами [9–11].

Подготовлены предварительные материалы для совместной работы с заинтересованными Российскими организациями и зарубежными организациями, разрабатывающими ISO-стандарты (например, в Европейском Сообществе).

4. Литература

1. ГОСТ 8.207-76. Государственная система обеспечения единства измерений. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений.
2. МИ 2083-93. Рекомендации. Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей.
3. Guide to the Expression of Uncertainty in measurement. International Organization for Standardization. ISO, ISBN 92-67-10188-9, 1992.
Перев. с англ. Руководство по выражению неопределенности измерения. ВНИИМ им. Д.И.Менделеева. – С.-Петербург, 1999.
4. Стандарт РМГ 29-99. Метрология. Основные термины и определения.
5. КУРЖАНСКИЙ А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. – М.: Наука, 1977.
6. NEUMAIER A. Interval Methods for Systems of Equations. – Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
7. JAULIN L., KIEFER M., DIDRIT O., WALTER E. Applied Interval Analysis. London, Berlin: Springer, 2001.
Л. Жолен, М. Кифер, О. Дидри, Э. Вальтер. Прикладной интервальный анализ. Перев. с англ. – Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2004.
8. MILANESE M. AND NORTON J.P. (EDS.) Bounding Approaches to System Identification. London, New York: Plenum Press, 1996.
9. КУМКОВ S.I. Method of Informational Sets in Problems of Filtration, Identification, and Control. Tampere International Center for Signal Processing, Tampere, Finland, March 2001.
<http://sigwww.cs.tut.fi/TICSP/PRESENTATIONS/2001.htm> , pp. 1-33.
10. КУМКОВ S.I. Informational Sets in Applied Problems of Evaluation. Proceedings of the IFAC International Workshop "Nonsmooth and Discontinuous Problems of Control and Optimization". June, 17-20, 1998, Chelyabinsk, Russia. – P. 130-134.
11. КУМКОВ S.I. Application of Minimax Evaluation Procedures for Expansion of Metrological Standards on Noised Measurements. Proceeding of International Conference "SIMULATION-98". University of York, UK, 30 September – 2 October 1998, IEE Publication Number 457. – P. 162-167.
12. СВАМИ М., ТХУЛАСИРАМАН К. Графы, сети и алгоритмы. Перев. с англ. – М.: Мир, 1983.