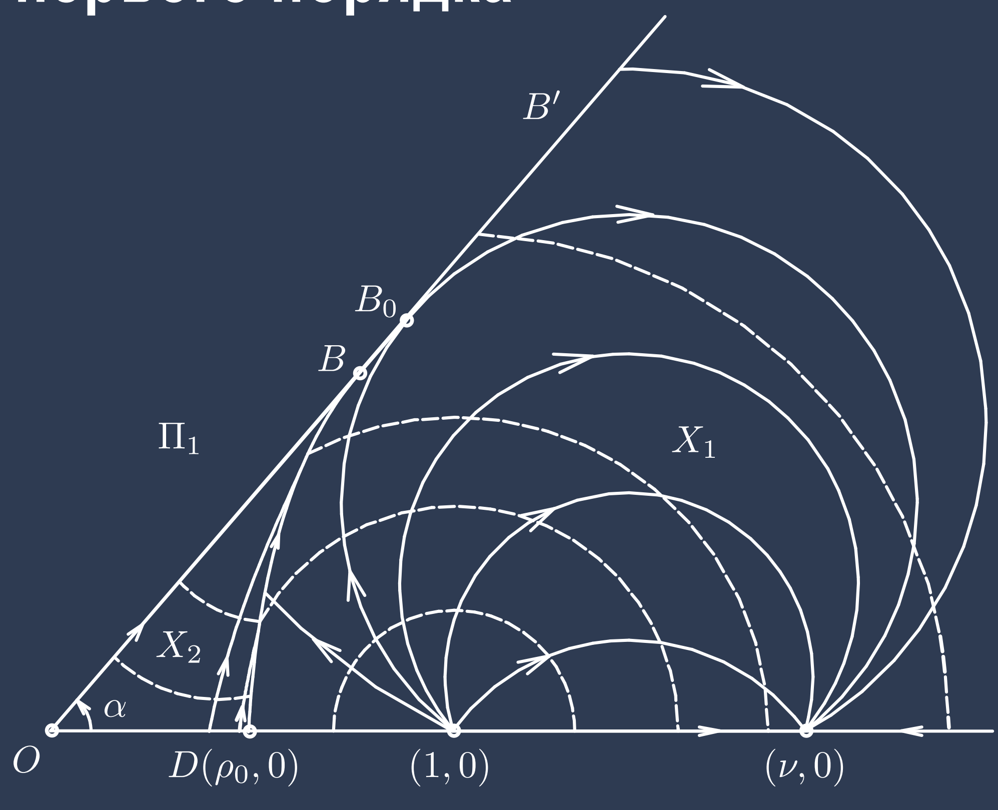
Арик Меликян

*Приложения к задачам теории управления и дифференциальным играм*

# Обобщенные характеристики уравнений в частных производных первого порядка




Институт Компьютерных Исследований

A.A. Melikyan

# Generalized Characteristics of First Order PDEs

## Applications in Optimal Control and Differential Games

1998

Birkhäuser

Boston • Basel • Berlin

А.А. Меликян

# Обобщенные характеристики уравнений в частных производных первого порядка

Приложения к задачам теории управления и дифференциальным играм

Перевод с английского
В.А. Корнеева, А.Е. Утемова

Под редакцией В.С. Пацко

Москва ♦ Ижевск

2014

УДК 517.95, 517.977
ББК 22.161.6, 22.161.8
М 47

**Меликян А.А.**
Обобщенные характеристики уравнений в частных производных первого порядка. Приложения к задачам теории управления и дифференциальным играм. — М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2014. — 450 с.

Классический метод характеристик Коши для уравнений в частных производных первого порядка предполагает наличие гладкого решения таких уравнений. В то же время в математической физике, теории оптимального управления и теории дифференциальных игр широко используется понятие вязкостного (минимаксного) решения, охватывающее случай кусочно-гладкого решения. А.А. Меликян разработал метод обобщенных (сингулярных) характеристик, позволяющий исследовать, а в простых случаях даже находить вязкостное решение.

Настоящее издание содержит перевод книги А.А. Меликяна на эту тему, вышедшей на английском языке в 1998 г. В добавлении приведен перевод нескольких статей А.А. Меликяна, опубликованных на английском языке после 1998 г.

Для специалистов в области уравнений в частных производных, теории оптимального управления и теории дифференциальных игр, а также для студентов старших курсов учебных заведений и аспирантов.

**ISBN 978-5-4344-0198-2** **ББК 22.161.6, 22.161.8**

# Об Арике Артаваздовиче Меликяне

Арик Артаваздович Меликян (1944–2009 гг.) — крупный ученый в области дифференциальных игр, оптимального управления и смежных разделов теории дифференциальных уравнений.

Арик Артаваздович родился 5 октября 1944 г. в Ереване. Его родители — Артавазд Михайлович и Шушаник Сантуровна — были преподавателями биологии в школе. В 1962 г. А.А. Меликян окончил школу с золотой медалью и поступил на факультет кибернетики Ереванского политехнического института. Проучившись там один год, он в 1963 г. поступил в Московский физико-технический институт (МФТИ) на факультет аэромеханики и прикладной математики, который с отличием окончил в 1969 г. В том же году Арик Артаваздович поступил в аспирантуру МФТИ.

Будучи научным руководителем А.А. Меликяна, я предложил ему заняться исследованиями в области дифференциальных игр с неполной информацией. Арик Артаваздович быстро написал и успешно защитил весьма интересную кандидатскую диссертацию по этой теме.

По окончании аспирантуры он работал в Институте проблем механики АН СССР (в настоящее время Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук), с которым связана вся научная карьера А.А. Меликяна. Здесь Арик Артаваздович прошел путь от младшего научного сотрудника до заведующего лабораторией. В 1986 г. он защитил докторскую диссертацию на тему "Построение оптимальных движений в игровых задачах динамики", в которой сочетались и взаимно обогащали друг друга математические методы классической механики и теории дифференциальных игр. В 1998 г. ему была присуждена Государственная премия Российской Федерации в области науки и техники. В 2003 г. А.А. Меликян был избран членом-корреспондентом Российской академии наук, а в 2009 г. — иностранным членом Национальной академии наук Республики Армения.

А.А. Меликян уделял большое внимание учебной работе по подготовке научной смены, был профессором МФТИ, читал оригинальные курсы по вариационному исчислению, оптимальному управлению и дифференциальным играм. Его ученики успешно работают в научных институтах многих стран.

Читателю предлагается книга А.А. Меликяна, посвященная методу обобщенных характеристик для уравнений в частных производных первого порядка. В основу книги положен материал монографии А.А. Меликяна "Generalized characteristics of first order PDEs. Applications in optimal control and differential games"* и ряда журнальных публикаций, изданных за рубежом на английском языке. Я рад, что теперь эти работы будут опубликованы на русском языке.

---

* *Melikyan, A.A.* Generalized Characteristics of First Order PDEs: Applications in Optimal Control and Differential Games. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1998. xiv+310 pp.

Обобщенные характеристики возникают в задачах теории управления и дифференциальных игр, когда недостаточно ограничиться классическими гладкими решениями уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана – Айзекса, а необходимо рассматривать также негладкие или даже разрывные решения и связанные с ними сингулярные многообразия, на которых происходят разрывы производной или значения решения. А.А. Меликян предложил и разработал метод сингулярных характеристик, позволяющий строить сингулярные многообразия, пользуясь классическим аппаратом теории дифференциальных уравнений. Этот метод дает возможность получать в явном виде синтез в задачах оптимального управления и дифференциальных игр и, кроме того, делать заключения о структуре и гладкости вязкостных решений уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана – Айзекса. При этом А.А. Меликян распространил свой метод на значительно более широкий класс уравнений в частных производных первого порядка. Оказалось, что метод сингулярных характеристик применим как для построения оптимальных решений в дифференциальных играх, так и для исследования распространения слабых разрывов в некоторых физических средах и для обработки визуальной информации.

А.А. Меликян был не только крупным ученым и замечательным преподавателем, но и прекрасным, отзывчивым, исключительно доброжелательным человеком, наделенным оптимизмом и чувством юмора. Его отличали удивительная доброта и многогранный талант: в молодости он был успешным спортсменом-легкоатлетом, играл на музыкальных инструментах, владел несколькими иностранными языками, параллельно с основным образованием обучался на факультете журналистики МГУ, брал интервью, писал рассказы, которые публиковались в “Литературной газете”.

В работе над данной книгой приняли участие коллеги, сотрудники, друзья и ученики Арика Артаваздовича: В.С. Пацко, И.М. Ананьевский, В.А. Корнеев, Н.В. Овакимян, А.И. Овсеевич, А.Е. Утемов, которые осуществили перевод английских текстов и научное редактирование. Большую помощь в подготовке издания оказали Д.А. Бедин, А.Г. Иванов, Л.В. Камнева, С.С. Кумков.

Академик Ф.Л. Черноусько

# Оглавление