

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ
(ИММ)

УДК 656.7.052 (075.8)

УТВЕРЖДАЮ

Зам.Директора ИММ УрО РАН

к.ф.-м.н.

В.Е.Пак

“ ”

2008 г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ РАБОТЕ

Разработка алгоритмов и программ обработки и анализа
информации в системе УВД
(Этап 4)

Том 2. Пакет алгоритмов для задачи
восстановления траектории самолёта

Зав.отделом динамических систем
доктор физ.-мат.наук

В.Н.Ушаков

Зав.сектором
кандидат физ.-мат.наук

В.С.Пацко

Реферат

Отчет 51 страница, 38 рисунков, 7 источников.

ДВИЖЕНИЕ САМОЛЁТА В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ, НЕТОЧНЫЕ ЗАМЕРЫ, ФИЛЬТРАЦИЯ СВОЙНЫХ ЗАМЕРОВ, ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ САМОЛЁТА, ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ

Отчёт носит итоговый характер работы за год. Рассматривается задача восстановления траектории самолёта по неточным замерам его положения. Считается, что движение происходит в горизонтальной плоскости, а замеры поступают от радиолокатора.

Отчёт включает в себя алгоритм предварительной фильтрации и основной алгоритм восстановления траектории. Фильтрация состоит в выборе группы замеров из некоторой заданной совокупности по известным характеристикам динамики системы. (Предполагается, что исходная совокупность замеров может содержать ложные или сбойные замеры, которые необходимо отфильтровать.) Основной алгоритм восстанавливает траекторию путём последовательной обработки отфильтрованных замеров в передвигающейся выборке (окне).

В настоящем отчёте использованы материалы [4, 5]. По сравнению с [5] модернизирован алгоритм построения траектории в окне. Новый алгоритм учитывает конфигурацию множеств неопределённости замеров. При этом, как и ранее, применяются аналитические вычисления.

Приведены результаты численного моделирования.

Разработанные алгоритмы могут быть использованы в вычислительных комплексах перспективных систем управления воздушным движением.

Список исполнителей

В.С.Пацко
Зав.сектором
кандидат физ.-мат.наук

Руководство работой, постановка задачи,
обсуждение результатов моделирования.

С.Г.Пятко
Зав.кафедрой
доктор техн.наук

Руководство работой со стороны Заказчика,
требования к алгоритмам
восстановления траектории.

А.В.Беляков
руководитель группы

Подготовка исходных данных,
требования к алгоритму.

К.В.Строков
ведущий инженер

Обсуждение возможностей алгоритма
и результатов моделирования.

С.И.Кумков
Старший научн.сотр.
кандидат техн.наук

Обсуждение постановки задачи
и результатов моделирования.

А.А.Федотов
ведущий математик
кандидат физ.-мат. наук

Разработка программы визуализации и
внешней оболочки программы восстановления
траектории. Реализация алгоритмов фильтрации.
Результаты моделирования.

Д.А.Бедин
аспирант

Разработка алгоритмов предварительной
фильтрации. Аналитические выкладки для
построения траектории в окне. Алгоритм
восстановления траектории. Разработка
программы. Результаты моделирования.

Оглавление

Введение	5
1 Постановка задачи	6
2 Алгоритм предварительной обработки замеров	7
2.1 Расчет совместности пар замеров	7
2.2 Поиск максимального пути в графе G	8
2.3 Поиск максимального пути в реберном графе G'	9
3 Алгоритм восстановления траектории	12
3.1 Построение траектории, приближающей замеры. Аналитические выкладки	12
3.1.1 Вспомогательная задача о переводе из точки в точку	13
3.1.2 Построение траектории при постоянных управлениях для нескольких замеров	15
3.2 Алгоритм движущегося окна	18
4 Описание моделирования	20
4.1 Описание программы	20
4.2 Численные результаты по фильтрации замеров	23
4.2.1 Обработка трека № 65847	24
4.2.2 Обработка трека № 50041	29
4.3 Численные результаты расчёта траекторий	31
4.3.1 Обработка трека № 05503	32
4.3.2 Обработка трека № 05512	37
4.3.3 Обработка трека № 50041	42
4.3.4 Обработка трека № 65847	47
Заключение	50
Литература	51

Введение

Задача восстановления траектории движения самолёта по неточным замерам его положения исследовалась авторами в отчётах [1–5]. Основная идея восстановления траектории – её наращивание во времени при помощи движущегося окна.

Главные усовершенствования, полученные за последний год, связаны с разработкой алгоритма предварительной фильтрации замеров и с введением аналитических вычислений в алгоритм построения траектории в окне.

Непосредственно данный отчёт примыкает к отчётам [4, 5]. Необходимость предварительной фильтрации замеров связана с тем, что исходные данные, предоставляемые Заказчиком, содержат ложные замеры положения самолёта (например, полученные от боковых лепестков радиолокатора), а также сбойные замеры (повторения координат для различных моментов времени, разные координаты на один момент времени и т.д.). С такими необработанными данными могут возникнуть трудности у алгоритма восстановления траектории.

Алгоритм предварительной фильтрации отсеивает явно ошибочные замеры и выдаёт на выходе замеры, относящиеся к одной или нескольким траекториям самолёта. Предложены два варианта алгоритма предварительной фильтрации.

Использование аналитических вычислений в алгоритме восстановления траектории существенно повлияло на сокращение времени расчёта траектории. Кроме того, улучшились свойства устойчивости восстанавливаемой траектории относительно изменения начальных условий. По сравнению с [5] в данном отчёте модернизирован алгоритм построения траектории в окне. Новый алгоритм учитывает конфигурацию множеств неопределённости замеров.

Разработанная программа объединяет алгоритм предварительной фильтрации и алгоритм восстановления траектории в единый пользовательский интерфейс. Доработаны визуализационные возможности программы.

Приведены результаты численного моделирования.

Работа выполнена по Договору № 61/2007 от 15.04.2007 г. между Институтом математики и механики УрО РАН (Екатеринбург) и ООО “Фирма НИТА” (Санкт-Петербург).

Глава 1

Постановка задачи

Алгоритм восстановления траектории самолета по неточным замерам радиолокатора и алгоритм предварительной фильтрации в значительной степени опираются на предположения о динамике самолета. Для эффективной работы алгоритмов и простоты аналитических построений была выбрана упрощенная модельная динамика движения самолета в горизонтальной плоскости. При этом возможности управления связаны с выбором продольного и бокового ускорений. Модельное описание динамики имеет вид:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \cos \varphi, \\ \dot{z} &= v \sin \varphi, \\ \dot{\varphi} &= u/v, \\ \dot{v} &= w, \quad v_{\max} \geq v \geq v_{\min} > 0.\end{aligned}\tag{1.1}$$

Здесь x, z – координаты положения на плоскости; φ – угол наклона вектора скорости, отсчитываемый по часовой стрелке от вертикальной оси x ; v – величина скорости; u – боковое ускорение; w – продольное ускорение. Считаем, что управления u, w стеснены геометрическими ограничениями

$$u \in [u_{\min}, u_{\max}], \quad w \in [w_{\min}, w_{\max}].$$

При этом

$$u_{\min} = -u_{\max}, \quad u_{\max} > 0, \quad w_{\min} < 0 < w_{\max}.$$

Целью решения задачи восстановления траектории является нахождение траектории системы (1.1), которая бы в некотором смысле оптимально приближала замеры в дискретные моменты времени на координатной плоскости x, z , причем управления u, w должны быть кусочно-постоянными функциями времени.

Предварительное удаление ложных и сбойных замеров осуществляется в алгоритме предварительной фильтрации.

Глава 2

Алгоритм предварительной обработки замеров

Исходные данные РЛС замеров, предоставляемые Заказчиком, содержат ложные и сбойные замеры. Под сбойными понимаются замеры, у которых есть “залипания” по времени, либо по геометрическим координатам, а также замеры с нарушенной последовательностью следования во времени. Ложными называем такие замеры, которые не являются сбойными, но у которых есть сильные отклонения от основной линии следования замеров.

Задачей фильтрации является выделение среди замеров совместной выборки, пригодной для построения траектории (в основном алгоритме), проходящей близко от замеров. В алгоритме предварительной фильтрации естественно искать наибольшую по числу замеров выборку. Для осуществления этого в данном разделе будет предложено два варианта.

Для представления множества замеров будем использовать граф, который обозначим символом G . Каждая вершина графа соответствует некоторому замеру, ей присвоен номер, совпадающий с порядком следования замера в файле исходных данных. Удобно представлять граф G ориентированным. В таком случае, кроме вершин, граф задается множеством дуг — элементов, соединяющих две вершины в определенном порядке. Будем считать, что конец дуги всегда направлен к вершине с большим номером. Из вершины i в вершину j проводится дуга в том случае, когда замеры, соответствующие этим вершинам, совместны. Т. е. существует возможность провести траекторию согласно модельной динамике, принадлежащую множествам неопределенности в моменты времени замеров. Будем обозначать реберный граф [6, 7] графа G символом G' . Этот граф также будет использован.

2.1 Расчет совместности пар замеров

В работе применены два способа расчета совместности пары замеров. Один из них использует лишь геометрические координаты x, z замеров на плоскости. Возьмем два

замера с номерами i, j (для определенности $j > i$) и положим

$$R_{i,j} = \begin{pmatrix} x_j - x_i \\ z_j - z_i \end{pmatrix}, \quad T_{i,j} = t_j - t_i, \quad V_{i,j} = \frac{|R_{i,j}|}{T_{i,j}},$$

где t_j, t_i — времена замеров. Замеры считаются совместными, если выполнены условия

$$T_{i,j} > \varepsilon > 0, \quad V_{i,j} \in [V_{\min}, V_{\max}].$$

Здесь $V_{\min}, V_{\max}$ — константы модельной динамики: минимальная и максимальная возможные скорости, ε — некоторое малое число.

Другой способ определения совместности основан на сравнении с минимальной и максимальной скоростями отношения длин некоторых характерных векторов ко времени между замерами. Характерные вектора получаются из анализа множеств неопределенности этих замеров.

Для упрощения процедур алгоритмов предлагается следующее свойство: замер i может быть совместным только с замерами из некоторого подмножества всех замеров. Это подмножество будем называть окном. Возможны два естественных определения этого понятия. Первое — окно для замера i состоит из замеров с номерами j , такими что $i < j \leq j + m$, где число m называется длиной окна. Второе — окно для замера i состоит из замеров с временами t_j , такими что $t_i < t_j \leq t_i + T$; в таком случае длиной окна называется временная константа T . В дальнейших построениях мы ограничились первым определением.

2.2 Поиск максимального пути в графе G

Алгоритм основан на поиске максимального по числу вершин пути в графе G . Ищется последовательность вершин, такая что из каждой вершины существует дуга в следующую вершину последовательности (кроме последней вершины); при этом последовательность должна содержать наибольшее возможное число вершин.

Используется матрица смежности графа G . Пусть граф G содержит n вершин. Матрицей смежности $A(G)$ графа G называется [6, 7] матрица размерности $n \times n$ такая, что элемент матрицы $a_{i,j}$ равен единице, если из вершины i в вершину j идет дуга, и нулю в противном случае. В силу того свойства, что смежными замеры могут быть только в заданном окне по числу замеров, вершины i и j совместны, если номер $j > i$ и одновременно $j \leq i + m$. Таким образом, матрица смежности имеет диагональную структуру. Выше диагонали, соединяющей элементы $a_{1,m}$ и $a_{n-m,n}$, могут быть только нули. Также нулевыми являются все элементы ниже главной диагонали и на главной диагонали.

Для заполнения матрицы организуется цикл, в котором последовательно перебираются все вершины. Каждой вершине i сопоставляется соответствующее ей окно. В окне оценивается совместность вершины i со всеми остальными вершинами окна. В результате рассмотрения окна заполняется i -строка матрицы $A(G)$.

После того, как сформирована матрица $A(G)$, начинает работу алгоритм поиска пути с максимальным числом вершин. Организуется цикл, в котором последовательно рассматриваются столбцы матрицы $A(G)$. А именно, для столбца с номером i перебираются все элементы $a_{j,i}$ от $a_{i-1,i}$ до $a_{i-m,i}$. В случае, если $i - m < 1$, просматриваются элементы матрицы от $a_{i-1,i}$ до $a_{1,i}$. Если $a_{j,i}$ равно единице, то рассмотрению подвергается элемент матрицы $a_{j,j}$, стоящий на главной диагонали в j -строке. Все такие числа $a_{j,j}$ запоминаются. Из них выбирается наибольшее, обозначим его символом b . После того, как все элементы рассмотрены, элементу главной диагонали i -строки, т. е. $a_{i,i}$, присваивается значение $b + 1$.

Для увеличения скорости процедуры может быть применен следующий прием. При заполнении матрицы $A(G)$ для каждой новой строки i для элементов $a_{i,j}$, стоящих в ней и соответствующих совместным вершинам в окне, в соответствие ставится не единица, а значение элемента на главной диагонали $a_{i,i}$ плюс один. Элемент на главной диагонали $a_{i,i}$ предварительно выбирается равным максимуму из значений, стоящих в i -столбце. Для первой строки это значение будет нулевым.

После того, как алгоритм закончил работу, в элементах главной диагонали $a_{i,i}$ матрицы $A(G)$ стоят значения, равные максимальному числу переходов по дугам графа G , необходимых для попадания в вершину с номером i (при этом запрещены переходы от вершины с большим номером к вершине с меньшим). Доказательство этого факта следует из построений, приведенных выше. В самом деле, если элемент матрицы $a_{i,i} = k$, то по процедуре построения существует элемент главной диагонали, такой что $a_{j,j} = k - 1$, причем $j < i$ и значение $a_{j,i}$ отлично от нуля (существует дуга из вершины j в вершину i). Исключением являются элементы $a_{i,i}$ равные нулю. Но это означает, что либо среди вершин с меньшими номерами нет связанных с текущей i -вершиной (так как в i -столбце стоят только нули), либо это первая вершина и нет вершин связанных с ней по нашим априорным допущениям.

2.3 Поиск максимального пути в реберном графе G'

Алгоритм, приведенный выше и предназначенный для анализа возможности проведения дуги в графе G от вершины i к вершине j , использует только данные о совместности замеров, соответствующим вершинам. Т. е. дуга проводится тогда, когда есть принципиальная возможность провести траекторию в силу модельной динамики вблизи двух замеров. При этом информация о других замерах не учитывается. Этот недостаток приводит к тому, что группа, выбираемая алгоритмом, может все-таки в некоторых случаях содержать сбойные замеры.

Другой вариант — анализировать замеры тройками. При таком анализе появляется возможность исключить сбойные замеры, даже если они совместны по скорости при попарном анализе.

Для построений удобно использовать реберный граф G' графа G . Вершины этого графа однозначно соотносятся с дугами исходного. Можно считать, что есть единая нумерация вершин реберного графа G' и ребер исходного графа G . Граф G' удобно

задавать, как и G , ориентированным и вводить понятие дуги следующим образом: дуга от вершины p к вершине q реберного графа G' проводится в том случае, если в исходном графе G существует вершина m , такая что дуга с номером p входит в вершину m , а дуга с номером q выходит из нее.

Каждой дуге будем присваивать некоторый вес $\rho_{p,q}$. Регулируя правило, по которому выбирается вес, можно задавать предпочтения определенному виду переходов между вершинами реберного графа.

Нами был использован следующий вариант веса. Введем дополнительные функции $\rho_{p,q}^0$, $\rho_{p,q}^\varphi$, $\rho_{p,q}^V$. Функция $\rho_{p,q}^0$ такая, что $\rho_{p,q}^0 = 1$, если в реберном графе есть дуга из вершины p к вершине q , и $\rho_{p,q}^0 = 0$ в противном случае. Для описания оставшихся функций необходимы некоторые дополнительные построения.

Пусть вершины p и q реберного графа соответствуют парам вершин k, m и m, l (соответственно) в исходном графе. Геометрические координаты замеров, сопоставляемых этим вершинам графа, будут (x_k, z_k) , (x_m, z_m) , (x_l, z_l) . Рассмотрим векторы $R_{k,m}$, $R_{m,l}$ и числа $V_{k,m}$, $V_{m,l}$ (эти понятия введены ранее в тексте, посвященном анализу совместности пар замеров). Используя их, определим две оставшиеся функции.

Положим

$$\rho_{p,q}^\varphi = \begin{cases} 1, & \text{если } \langle R_{k,m}, R_{m,l} \rangle \geq 0, \\ 0, & \text{если } \langle R_{k,m}, R_{m,l} \rangle < 0. \end{cases}$$

Здесь при помощи косых скобок обозначено скалярное произведение. Содержательный смысл: $\rho_{p,q}^\varphi = 1$, если угол между векторами $R_{k,m}$ и $R_{m,l}$ меньше $\pi/2$.

Пусть далее

$$\rho_{p,q}^V = \begin{cases} 1, & \text{если } V_{m,l} \in [V_{k,m} + \alpha\tau, V_{k,m} + \beta\tau], \\ 0, & \text{если } V_{m,l} \notin [V_{k,m} + \alpha\tau, V_{k,m} + \beta\tau], \end{cases}$$

где α, β — константы модельной динамики: минимальное и максимальное продольное ускорение, $\tau = \frac{T_{k,m} + T_{m,l}}{2}$. Содержательно равенство единице означает совместность с принимаемыми допущениями на динамические возможности.

При помощи дополнительных функций вес вычисляется по формуле

$$\rho_{p,q} = \rho_{p,q}^0 \cdot (\rho_{p,q}^0 + \rho_{p,q}^\varphi + \rho_{p,q}^V).$$

Вес равен нулю, если вершины в реберном графе не смежны. В случае смежности вес принимает значение от 1 до 3.

Решение задачи о нахождении максимальной совместной выборки замеров мы заменяем решением задачи о нахождении максимального по суммарному весу пути в реберном графе. Замеры, которые соответствуют этому пути, выдаются в ответ. Поиск максимального по весу пути ведется с помощью матрицы весов для графа G' . Эта матрица является обобщением матрицы смежности и равна ей в случае, когда вес каждой существующей дуги равен единице. Введем для этой матрицы обозначение $B(G')$.

Вершины реберного графа G' удобно нумеровать в следующем порядке. Пусть i, j — номера вершин в исходном графе G и $j > i$. По нашим априорным предположениям,

в случае, если $j > i + m$ (где m – длина окна), нет дуги, соединяющей такие вершины. Поэтому все дуги исходного графа могут быть занумерованы числами $p(i, j) = m \cdot i + j$. При такой нумерации матрица $B(G')$ весов реберного графа имеет простой вид. Размерность матрицы равна $n(m-1) \times n(m-1)$. Удобно представлять её разделенной на клетки $(m-1) \times (m-1)$. Будем обозначать клетки символом $B_{p,q}$, индексы p и q обозначают положение клеток в матрице таким же образом, как это обычно делается для элементов матрицы:

$$B(G') = \left[\begin{array}{c|ccc} \begin{array}{ccc} b_{1,1} & \cdots & b_{1,m-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m-1,1} & \cdots & b_{m-1,m-1} \end{array} & & \cdots & b_{1,n(m-1)} \\ \vdots & \swarrow B_{1,1} & & \vdots \\ b_{n(m-1),1} & & \cdots & b_{n(m-1),n(m-1)} \end{array} \right].$$

При наших предположениях все клетки, для которых $q \leq p$, заполняются нулями. Для остальных клеток могут быть не равными нулю только некоторые элементы, а именно, для клетки $B_{p,q}$ элементы $q - p$ -строки. Т. е. клетка имеет вид

$$B_{p,q} = \left[\begin{array}{ccc} 0 & \cdots & 0 \\ b_{[(p-1)(m-1)+q-p], [(q-1)(m-1)+1]} & \cdots & b_{[(p-1)(m-1)+q-p], [(q-1)(m-1)+m-1]} \\ 0 & \cdots & 0 \end{array} \right].$$

Алгоритм поиска максимального по весу пути в графе G' работает аналогично алгоритму для исходного графа G . Отличие заключается в правиле вычисления элемента на главной диагонали. Для матрицы $A(G)$ правило выглядело так:

$$a_{i,i} = \max\{a_{j,j} : 1 \leq j < i, a_{j,i} \neq 0\} + 1 \quad (i > 1), \quad a_{1,1} = 0.$$

Можно записать эквивалентное правило, действующее точно так же, как и исходное:

$$a_{i,i} = \max\{a_{j,j} + 1 : 1 \leq j < i, a_{j,i} \neq 0\} \quad (i > 1), \quad a_{1,1} = 0.$$

Для случая поиска в матрице $B(G')$ применима модификация последнего правила, а именно:

$$b_{i,i} = \max\{b_{j,j} + b_{j,i} : 1 \leq j < i, b_{j,i} \neq 0\} \quad (i > 1), \quad b_{1,1} = 0.$$

Приведем иллюстрацию шага обработки матрицы $B(G')$:

$$\left[\begin{array}{cccc} 3 & \leftarrow & \leftarrow & \leftarrow & 1 \\ & & & & 0 \uparrow \\ & & 2 & \leftarrow & 3 \\ & & & & 0 \uparrow \\ & & & & b_{i,j} \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{cccc} 3 & \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow & 1 \\ & & & & 0 \downarrow \\ & & 2 & \rightarrow & 3 \\ & & & & 0 \downarrow \\ & & & & 5 \end{array} \right].$$

Глава 3

Алгоритм восстановления траектории

Основой предлагаемого метода восстановления траектории самолёта по неточным замерам его положения является алгоритм построения траектории на некоторой небольшой выборке замеров, идущих подряд. Будем называть такую выборку окном. Построив траекторию в текущем окне, мы берём в окончательный ответ некоторую её начальную часть. Сдвигаем окно на соответствующий промежуток времени. С построенной траектории берём начальные данные. Используя их, строим новую траекторию и т.д.

При построении траектории используем модельное описание динамики самолёта (1.1). Целью решения задачи восстановления траектории является нахождение траектории системы (1.1), которая бы в некотором смысле оптимально приближала замеры в дискретные моменты времени на координатной плоскости x, z , причем управления u, w должны быть кусочно-постоянными функциями времени.

В первоначальных вариантах [2, 3] алгоритма построения траектории в окне использовался перебор на сетке управлений u и w . В новом варианте мы отказываемся от такого перебора, заменяя его аналитическими вычислениями. Кроме того, раньше сдвиг окна в автоматическом режиме производился на заранее заданное фиксированное число замеров. Сейчас величина сдвига является плавающей и вычисляется путём решения некоторой оптимизационной задачи.

3.1 Построение траектории, приближающей замеры. Аналитические выкладки

Система (1.1) в случае постоянных u, w является интегрируемой [2, 3].

Примем за начальный момент времени $t = 0$. Предположим, что в этот момент выполняются следующие начальные условия на фазовые координаты:

$$v(0) = v_0 > 0, \quad \varphi(0) = 0, \quad x(0) = z(0) = 0. \quad (3.1)$$

Тогда для момента времени $t > 0$ при условии, что $v > 0$ на всем промежутке от 0 до t ,

будут выполнены соотношения

$$\begin{aligned} v(t) &= v_0 + wt, \\ \varphi(t) &= \frac{u}{w} \ln \left(1 + \frac{wt}{v_0} \right) = \frac{u}{w} \ln \frac{v(t)}{v_0}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{u}{u^2 + 4w^2} v^2(t) \sin \varphi(t) + \frac{2w}{u^2 + 4w^2} (v^2(t) \cos \varphi(t) - v_0^2), \\ z(t) &= -\frac{u}{u^2 + 4w^2} (v^2(t) \cos \varphi(t) - v_0^2) + \frac{2w}{u^2 + 4w^2} v^2(t) \sin \varphi(t). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Формулы для других начальных условий могут быть получены без особого труда. Для этого необходимо лишь осуществить замены

$$\varphi \rightarrow \varphi + \varphi_0, \quad x \rightarrow x + x_0, \quad z \rightarrow z + z_0.$$

3.1.1 Вспомогательная задача о переводе из точки в точку

Важной вспомогательной задачей является задача отыскания пары u, w постоянных управлений, приводящих геометрическое положение в момент t в заданную точку (x, z) на плоскости. При этом, без ограничения общности, можно предполагать начальные условия вида (3.1). В самом деле, к такому виду можно привести любые начальные условия линейным преобразованием координат. Для этого необходимо лишь осуществить сдвиг в точку $(0, 0)$, а затем поворот на угол $-\varphi$.

В формулах (3.3) зафиксируем t , сделаем в качестве независимых переменных u и w . Тогда (3.3) будет описывать положение конца траектории в момент t в зависимости от u и w . Т.е. определены функции $x = x(t, u, w)$, $z = z(t, u, w)$.

Множество, состоящее из всех точек, описываемых функциями $x = x(t, u, w)$, $z = z(t, u, w)$ при управлениях, меняющихся в установленных ограничениях $u \in [u_{\min}, u_{\max}]$, $w \in [w_{\min}, w_{\max}]$, является множеством достижимости системы (1.1) в момент времени t на плоскости геометрических координат при постоянных управлениях u и w .

Для задачи отыскания пары постоянных управлений, приводящих в заданную точку, использование формул (3.3) напрямую затруднительно. Следовательно, необходимо получение дополнительных соотношений, упрощающих решение.

1. Введем обозначения криволинейных отрезков на плоскости:

$$\begin{aligned} E_{t,u}(w) &= \left\{ x = x(t, u', w), z = z(t, u', w) : u' \in [u_{\min}, u_{\max}] \right\}, \\ E_{t,w}(u) &= \left\{ x = x(t, u, w'), z = z(t, u, w') : w' \in [w_{\min}, w_{\max}] \right\}. \end{aligned}$$

Численно было проверено, что при достаточно малых абсолютных значениях величин $u_{\min}$, $u_{\max}$, $w_{\min}$, $w_{\max}$, а также если t невелико, дуги $E_u(t, w_1)$ и $E_u(t, w_2)$, где $w_1 \neq w_2$, а также $E_w(t, u_1)$ и $E_w(t, u_2)$, где $u_1 \neq u_2$, не имеют пересечений. Вследствие этого, дуги $E_u(t, w)$, $E_w(t, u)$ при $w = \text{const}$, либо $u = \text{const}$ можно рассматривать как координатные линии на множестве достижимости на плоскости при постоянных управлениях.

Удалось установить, что отрезок $E_u(t, w)$ для небольших абсолютных значений величины ограничения, хорошо приближается дугой окружности с центром в точке $x^* = \frac{1}{4}v_0t$, $z^* = 0$ и радиусом $R^* = \frac{3}{4}v_0t + \frac{1}{2}wt^2$:

$$\left(x - \frac{1}{4}v_0t\right)^2 + z^2 = \left(\frac{3}{4}v_0t + \frac{1}{2}wt^2\right)^2. \quad (3.4)$$

Таким образом, зная координаты точки (x, z) , момент времени t , а также начальную скорость v_0 , можем легко приближенно восстановить управление w . Это приближение затем можно использовать для вычисления управления u .

2. Из уравнений (3.3) при помощи линейных преобразований получаем соотношения

$$\begin{aligned} ux(t) + 2wz(t) &= v^2(t) \sin \varphi(t), \\ 2wx(t) - uz(t) &= v^2(t) \cos \varphi(t) - v_0^2. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Кроме того, выполняется равенство

$$x^2(t) + z^2(t) = \frac{v^4(t) + v_0^4 - 2v^2(t)v_0^2 \cos \varphi(t)}{u^2 + 4w^2}.$$

При подстановке в последнее выражение второго соотношения системы (3.5) получаем уравнение, не содержащее сложных тригонометрических функции (квадратное уравнение), пригодное для определения управления u по заданным координатам x, z точки на плоскости:

$$(x^2 + z^2)u^2 - 2v_0^2zu + (4w^2(x^2 + z^2) + 4wv_0^2x - (v^4 - v_0^4)) = 0. \quad (3.6)$$

3. Уравнение (3.4) дает лишь приближенное значение w . Вследствие этого и уравнение (3.6) не точно определяет u . Будем обозначать значения, полученные с помощью этих уравнений, как u^* и w^* . Численные расчеты показывают небольшую величину ошибки такого приближения. Тем не менее, с целью достижения лучшей точности разумно производить корректировку. Для этого можно применить следующую алгоритмическую процедуру.

1) Вычисляется точка (x^*, z^*) на плоскости, в которую в момент t приходит движение в силу системы (1.1) при управлениях u^*, w^* .

2) В точке (x^*, z^*) вычисляются производные геометрического положения по управлениям u и w

$$\begin{aligned} \frac{dx}{du}^* &= \frac{dx}{du}(t, u^*, w^*), \quad \frac{dz}{du}^* = \frac{dz}{du}(t, u^*, w^*), \\ \frac{dx}{dw}^* &= \frac{dx}{dw}(t, u^*, w^*), \quad \frac{dz}{dw}^* = \frac{dz}{dw}(t, u^*, w^*). \end{aligned}$$

3) Если задать малые поправки на управления $\delta u, \delta w$, то в момент времени t отличие геометрических координат (x', z') на новой траектории от координат при управлениях u^*, w^* будет описываться следующим образом:

$$\begin{pmatrix} x' - x^* \\ z' - z^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{du}^* & \frac{dx}{dw}^* \\ \frac{dz}{du}^* & \frac{dz}{dw}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta u \\ \delta w \end{pmatrix} + o(\sqrt{\delta u^2 + \delta w^2}).$$

Значения поправок найдём из решения линейного уравнения

$$\begin{pmatrix} \frac{dx^*}{du} & \frac{dx^*}{dw} \\ \frac{dz^*}{du} & \frac{dz^*}{dw} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta u \\ \delta w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - x^* \\ z - z^* \end{pmatrix}.$$

4) Уточненные управления возьмём в виде

$$u^{**} = u^* + \delta u, \quad w^{**} = w^* + \delta w.$$

Идея этой процедуры состоит в подмене в окрестности точки (x^*, z^*) криволинейной системы координат, задаваемой дугами $E_u(t, w)$ и $E_w(t, u)$, косоугольной системой, задаваемой касательными направлениями к дугам.

Процедуру можно применять сколь угодно число раз, каждый раз добиваясь уточнения результата. На практике достаточно одной коррекции.

3.1.2 Построение траектории при постоянных управлениях для нескольких замеров

Рассмотрим задачу наилучшего приближения нескольких замеров (x_i, z_i) на плоскости траекторией в силу модельной динамики (1.1). Условимся, что постоянные управления задаются парой u, w .

Приближение замеров будет осуществляться при помощи алгоритма минимизации заданного функционала, в котором сначала выбирается начальное приближение на управления, а затем производится процедура коррекции. Опишем элементы алгоритма.

1. Задачу приближения нескольких замеров можно сформулировать следующим образом. Пусть задан набор величин t_i, x_i, z_i ($i = \overline{1, m}$), представляющих собой моменты времени и координаты замеров на плоскости. Требуется построить траекторию при постоянных управлениях так, чтобы минимизировать значение некоторого функционала.

Исходя из потребностей задачи, был выбран функционал в виде суммы отклонений траектории в моменты замеров относительно точек замеров на плоскости геометрических координат. Отклонения измеряются при помощи некоторой функции $\rho(x, z)$, обладающей свойствами метрики на плоскости:

$$R(u, w) = \sum_{i=1}^m \rho(x(t_i, u, w) - x_i, y(t_i, u, w) - y_i). \quad (3.7)$$

Отметим некоторые требуемые свойства функции $\rho(x, z)$:

$$\begin{aligned} \rho(x, z) &\geq 0, \quad \rho(x, z) = 0 \Leftrightarrow x = 0, z = 0; \\ M_c &= \{x', z': \rho(x', z') \leq c\} \text{ — выпуклое множество;} \\ c_1 < c_2 &\Leftrightarrow M_{c_1} \subset M_{c_2}. \end{aligned}$$

В качестве такого функционала можно взять функционал среднеквадратичного отклонения

$$R_1(u, w) = \sum_{i=1}^m ((x(t_i, u, w) - x_i)^2 + (y(t_i, u, w) - y_i)^2). \quad (3.8)$$

Более адекватно учитывает характер ошибок замеров радиолокатора функционал в виде квадратичной формы

$$R_2(u, w) = \sum_{i=1}^m \left(a(x_i, z_i) (x(t_i, u, w) - x_i)^2 + 2b(x_i, z_i) (x(t_i, u, w) - x_i) (z(t_i, u, w) - z_i) + c(x_i, z_i) (z(t_i, u, w) - z_i)^2 \right).$$

При помощи специального выбора коэффициентов a , b и c можно моделировать структуру ошибки радиолокатора. А именно, добиться того, чтобы линии уровня функционала R_2 были эллипсами с полуосями подобными полуосям эллипсов множеств неопределенности. Последние задаются соотношениями

$$a'_i = r_i \delta \varphi, \quad b'_i = \delta r,$$

где r_i – расстояние до радиолокатора в метрах, $\delta \varphi$ – ошибка по азимуту φ_i в радианах, δr – ошибка по дальности в метрах. Напомним, что

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + z_i^2}, \quad \cos \varphi_i = \frac{x_i}{r_i}, \quad \sin \varphi_i = \frac{z_i}{r_i}$$

Для обеспечения подобия эллипсов зададим коэффициенты следующим образом:

$$\begin{aligned} a(x_i, z_i) &= \frac{\sin^2 \varphi_i}{(r_i \delta \varphi)^2} + \frac{\cos^2 \varphi_i}{\delta r^2}, \\ b(x_i, z_i) &= \sin \varphi_i \cos \varphi_i \left(\frac{1}{(r_i \delta \varphi)^2} - \frac{1}{\delta r^2} \right), \\ c(x_i, z_i) &= \frac{\cos^2 \varphi_i}{(r_i \delta \varphi)^2} + \frac{\sin^2 \varphi_i}{\delta r^2}. \end{aligned}$$

В дальнейшем для простоты изложения будет использован функционал средне-квадратичного отклонения $R_1(u, w)$. Результаты, полученные для него, полностью переносятся на случай функционала $R_2(u, w)$.

2. Алгоритм приближения нескольких замеров логически состоит из двух частей: выбора начального приближения на управления системы (1.1) и процедуры коррекции управляющих воздействий.

Обозначим начальную пару управлений через u^*, w^* . Можно предложить большое число вариантов выбора начального приближения. В принципе, возможно использование управлений $u^* = 0, w^* = 0$, но при этом число шагов алгоритма коррекции может быть большим. Хорошо зарекомендовали себя следующие два варианта. Оба предварительно требуют вычисления m пар управлений u_i, w_i , таких, что i -ая пара проводит траекторию в момент t_i через точку (x_i, y_i) , $i = \overline{1, m}$. Вычисление управлений производится по алгоритму, описанному в предыдущем параграфе.

1) Вычисляется комбинация управлений u_i, w_i , приводящих в точки (x_i, z_i) , и в которой управления взяты с весом, равным времени соответствующего замера:

$$(u^*, w^*) = \left(\frac{\sum_i t_i u_i}{\sum_i t_i}, \frac{\sum_i t_i w_i}{\sum_i t_i} \right).$$

2) Среди всех пар u_i, w_i выбирается наилучшая по функционалу (3.8).

В последнее время в программной реализации алгоритмов применяется второй способ.

3. Зададимся некоторым начальным приближением u^*, w^* . Построим траекторию движения с этими управлениями в силу заданной динамики. Обозначим через (x_i^*, z_i^*) точки на траектории в моменты t_i .

Предложена процедура корректировки, являющаяся некоторым аналогом процедуры для задачи попадания в заданную точку. В результате коррекции находится новая пара управлений u^{**}, w^{**} , для которой значение функционала меньше.

1) Вычисляются точки на плоскости, в которые приходит движение в силу системы (1.1) при управлениях u^*, w^* в моменты t_i . Это движение будем обозначать как $x^*(t) = x(t, u^*, w^*)$, $y^*(t) = y(t, u^*, w^*)$.

2) В моменты t_i вычисляются производные геометрического положения по управлениям u и w для движения $x^*(t)$, $y^*(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{dx^*}{du}(t_i) &= \frac{dx}{du}(t_i, u^*, w^*), & \frac{dz^*}{du}(t_i) &= \frac{dz}{du}(t_i, u^*, w^*), \\ \frac{dx^*}{dw}(t_i) &= \frac{dx}{dw}(t_i, u^*, w^*), & \frac{dz^*}{dw}(t_i) &= \frac{dz}{dw}(t_i, u^*, w^*). \end{aligned}$$

3) Обозначим движение в силу управлений с поправками $\delta u, \delta w$ через $x'(t) = x(t, u^* + \delta u, w^* + \delta w)$, $y'(t) = y(t, u^* + \delta u, w^* + \delta w)$. Выражение функционала для такой траектории принимает вид:

$$\begin{aligned} R_1(u^* + \delta u, w^* + \delta w) &= \sum_{i=1}^m ((x'(t_i) - x_i)^2 + (y'(t_i) - y_i)^2) = \\ &= \sum_{i=1}^m \left(\left(\frac{\partial x}{\partial u}(t_i, u^*, w^*)\delta u + \frac{\partial x}{\partial w}(t_i, u^*, w^*)\delta w + o(\sqrt{\delta u^2 + \delta w^2}) + x^*(t_i) - x_i \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\partial y}{\partial u}(t_i, u^*, w^*)\delta u + \frac{\partial y}{\partial w}(t_i, u^*, w^*)\delta w + o(\sqrt{\delta u^2 + \delta w^2}) + y^*(t_i) - y_i \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Рассматривается вспомогательный функционал

$$\begin{aligned} R'_1(u^*, w^*, \delta u, \delta w) &= \\ &= \sum_{i=1}^m \left(\left(\frac{\partial x}{\partial u}(t_i, u^*, w^*)\delta u + \frac{\partial x}{\partial w}(t_i, u^*, w^*)\delta w + x^*(t_i) - x_i \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\partial y}{\partial u}(t_i, u^*, w^*)\delta u + \frac{\partial y}{\partial w}(t_i, u^*, w^*)\delta w + y^*(t_i) - y_i \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Имеем $R'_1(u^*, w^*, \delta u, \delta w) \approx R_1(u^* + \delta u, w^* + \delta w)$, если $\delta u \approx 0$, $\delta w \approx 0$. В выражении функционала $R'_1(u^*, w^*, \delta u, \delta w)$ группируются члены, содержащие $\delta u, \delta w$ в одинаковой степени:

$$\begin{aligned} R'_1(u^*, w^*, \delta u, \delta w) &= \\ &= a_{uu}\delta u^2 + 2a_{uw}\delta u\delta w + a_{ww}\delta w^2 + 2a_u\delta u + 2a_w\delta w + a. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Здесь a_{uu} , a_{uw} , a_{ww} , a_u , a_w , a — коэффициенты, полученные при группировке, и зависящие от u^* , w^* .

4) Вычисляются оптимальные поправки δu , δw . Вообще говоря, это следует делать, находя минимальное значение функционала (3.8). Но, ввиду сложности такой задачи, предлагается вместо этого искать минимум вспомогательного функционала (3.11).

Для такого функционала существует единственная точка минимума. Этот факт основывается на том, что квадратичная форма $a_{uu}\delta u^2 + 2a_{uw}\delta u\delta w + a_{ww}\delta w^2$ является положительно-определенной. Точка минимума $(\delta u^*, \delta w^*)$ определяется формулой

$$\begin{pmatrix} \delta u^* \\ \delta w^* \end{pmatrix} = -A^{-1} \begin{pmatrix} a_u \\ a_w \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a_{uu} & a_{uw} \\ a_{uw} & a_{ww} \end{pmatrix}.$$

Уточненные управления берутся в виде:

$$u^{**} = u^* + \delta u^*, w^{**} = w^* + \delta w^*.$$

Для функционала R_2 , рассмотренного в части 1 настоящего параграфа, приведенные выкладки остаются в силе, за исключением формул (3.9), (3.10). Также и коэффициенты в формуле (3.11) в этом случае будут зависеть от координат замеров на плоскости.

3.2 Алгоритм движущегося окна

Для восстановления траектории самолета был использован алгоритм, анализирующий замеры посредством перемещаемого окна.

Введем понятие окна. Под окном будем понимать совокупность из оговоренного количества идущих подряд замеров (моменты времени и геометрические положения).

Под расширенным окном будем понимать пару, состоящую из начальной точки (начальный момент и начальное фазовое состояние) и некоторого окна. При этом начальный момент окна (первого замера в нем) больше или равен моменту начальной точки. Если момент времени начальной точки не совпадает с начальным моментом окна, то начальный момент окна есть ближайший справа момент замера. Длину окна в данном отчете считаем постоянной.

Пусть управления в текущем расширенном окне рассчитаны по алгоритмам из предыдущего пункта. На полученной траектории выделим точки (моменты времени и фазовые состояния), которые могут стать начальными точками для следующих расширенных окон. К ним отнесем точки на траектории, соответствующие временам замеров, а также дополнительные точки, расставленные с некоторым стандартным шагом во времени, начиная с первого замера в окне. Введение дополнительных точек может быть обосновано пропусками замеров в окне, а также желанием увеличить число вариантов возможного переключения с одного управления на другое (в каждом расширенном окне восстанавливается управление без переключений).

Каждой точке поставим в соответствие окно, которое начинается с замера, непосредственно следующего за данной точкой. Если замер совпадает с данной точкой, то

будем брать окно, начинающееся с него. Таким образом, мы получили набор расширенных окон. Назовем их пробными.

Для каждого пробного расширенного окна вычислим оптимальные постоянные управления и значение критерия, рассчитываемого по замерам окна. Перебирая пробные расширенные окна, найдем то из них, для которого значение критерия минимально. Это расширенное окно и становится следующим текущим расширенным окном.

В качестве первоначального текущего расширенного окна берем пару из начальной точки и окна, состоящего из первых по времени замеров. Момент времени и геометрические координаты начальной точки совпадают с моментом времени и геометрическими координатами первого замера, вектор скорости начальной точки рассчитывается дополнительным алгоритмом [2].

Передвигая окно по описанному правилу, мы строим траекторию в целом.

Глава 4

Описание моделирования

4.1 Описание программы

Разработана версия расчетной программы, объединяющая алгоритм предварительной обработки замеров (фильтрация сбойных замеров) и алгоритм восстановления траектории в единый пользовательский интерфейс. Общий вид программы и её основные функциональные возможности показаны на рис. 4.1.

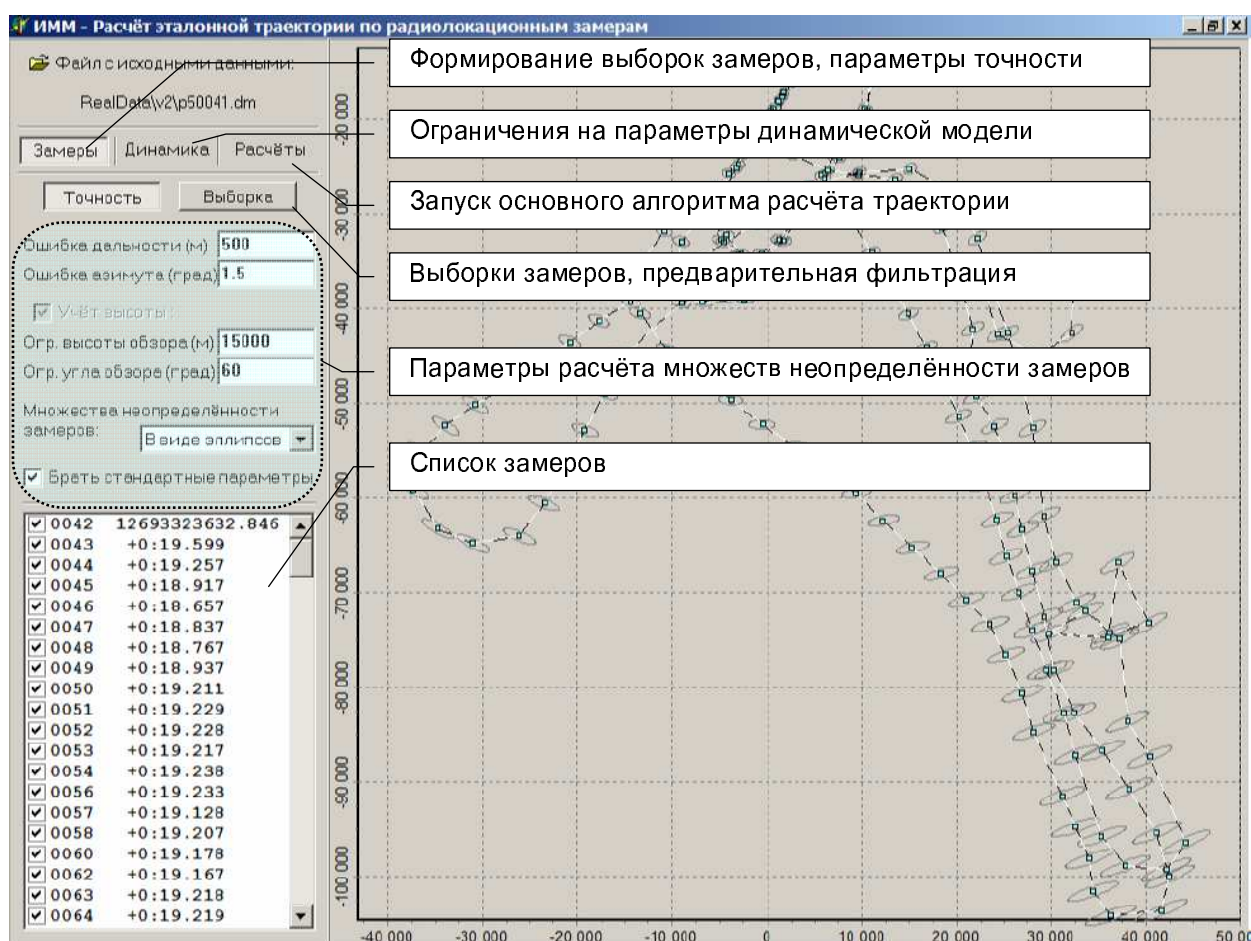


Рис. 4.1: Общий вид программы.

Программа состоит из главного исполняемого файла WinPathProj.exe и библиотеки динамической компоновки PathDLL.dll, в которую вынесены процедуры алгоритма восстановления траектории.

Необработанные данные замеров хранятся в файлах с расширением “*.dm”. Каждому такому файлу ставится в соответствие файл “*.dm.ini”, находящийся в том же каталоге. В него записываются сведения об обработанных выборках замеров, параметры множеств неопределённости, а также принятые для построения траектории константы динамики. Такой файл создается программой автоматически при обработке соответствующего файла “*.dm”.

При работе программы также автоматически в каталоге с программой создаются файлы: WinPathProj.ini, в котором сохраняются настройки программы; WinPathProj.upr, в котором записываются управления, формируемые алгоритмом восстановления траектории.

Основное окно программы состоит из визуализационной области, на которой отображаются текущие обрабатываемые замеры из выбранного файла, и области управления. На области управления выделена кнопка выбора файла с замерами. Имеются три вкладки “Замеры”, “Динамика”, “Расчёты”, каждая из которых открывает доступ к элементам управления, влияющим на объекты, указанные в названии. На рис. 4.1(а,б,в) показан вид этих вкладок.

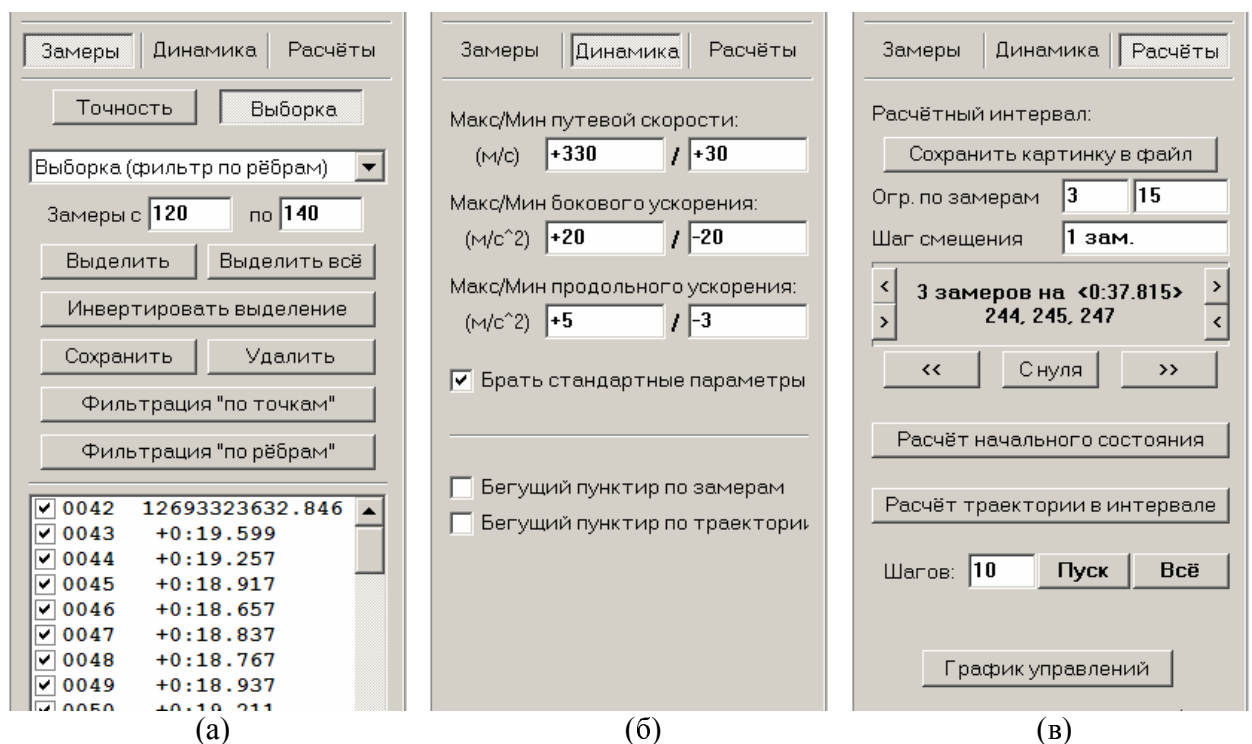


Рис. 4.2: Управляющие вкладки для фильтрации, работы с выборками замеров, параметрами динамики и расчёта траектории.

На вкладке “Замеры” имеется список замеров, в котором существует возможность вручную отмечать некоторые замеры как не используемые. Имеются две дополнительные подвкладки “Точность” и “Выборка”. На первой из них находятся поля, позволя-

ющие регулировать параметры ошибки для отображаемых множеств неопределенности. На второй расположены кнопки, позволяющие выделять множества замеров и запускать алгоритмы фильтрации “по точкам” и “по рёбрам”, сохранять обработанные этими алгоритмами выборки.

На вкладке “Динамика” сосредоточены поля, в которых задаются ограничения динамики модельной системы, а именно: максимальная и минимальная возможные скорости, максимальное и минимальное продольное и боковое ускорения. Также на этой вкладке помещены элементы, в которых можно отметить, необходимо ли при визуализации использовать бегущий пунктир по траектории.

На вкладке “Расчёты” размещены два поля, задающие нижнее и верхнее ограничения на длину обрабатываемого окна, кнопки со стрелками, позволяющие менять длину и положение обрабатываемого окна внутри выборки. Главными элементами являются кнопки, позволяющие запускать алгоритм выбора начальных условий в окне и алгоритм построения траектории в окне, а также кнопки, задающие пакетный режим обработки.

Примерный порядок работы можно описать так:

- 1) загрузка файла с исходными данными;
- 2) в случае, если это необходимо, выполнение алгоритма предварительной фильтрации и сохранение обработанной выборки;
- 3) выбор констант динамики;
- 4) выбор длины окна;
- 5) расчет траектории либо в пакетном режиме, либо последовательно, шаг за шагом в ручном режиме.

4.2 Численные результаты по фильтрации замеров

Для тестирования алгоритмов предварительной фильтрации радиолокационных замеров (Глава 2) были взяты характерные с точки зрения зашумленности треки с большим количеством сбойных и пропущенных замеров. Рассмотрены два трека – Р65847 и Р50041. Нумерация соответствует исходным числовым материалам, предоставленным А.В.Беляковым и К.В.Строковым.

В треке Р65847 находятся две сильно разнесённые друг от друга по времени группы замеров, которые при предварительной фильтрации образуют две подвыборки, обрабатываемые в дальнейшем независимо.

Трек Р50041 отличается сильной зашумлённостью замеров, вследствие чего алгоритм построения траектории не может работать корректно без предварительной фильтрации. В данном варианте приходится существенно увеличить допуски на продольные (в два раза) и боковые (в три раза) ускорения. Это позволяет получить приемлемые результаты в программе построения траектории.

Разработана процедура, реализующая алгоритмы предварительной фильтрации, организующая выборку (или несколько выборок) замеров и передающая результаты в основную программу построения траектории. Общий вид программы и основные элементы управления показаны на рис. 4.1, 4.2(а,б,в).

Порядок работы: сформировать выборку совместных замеров при помощи функций, указанных на рис. 4.2(а), сохранить её, если есть необходимость дальнейшего использования, и перейти к программе расчёта траектории.

Далее на рисунках в проекции на плоскость геометрических координат тёмными квадратиками показаны отметки замеров, кружками – соответствующие отметки на подобранной траектории (эти отметки и сама траектория нарисованы зелёным цветом). Прямыми крестиками обозначены точки, соответствующие переключению по управлению u , диагональными крестиками – по управлению w .

4.2.1 Обработка трека № 65847

В этом треке (см. рис. 4.3, 4.4) наибольшая сложность в том, что при движении “справа налево” существенно уменьшается размер множеств неопределённости по ходу движения. Кроме того, при движении над радиолокатором есть большие пропуски замеров.

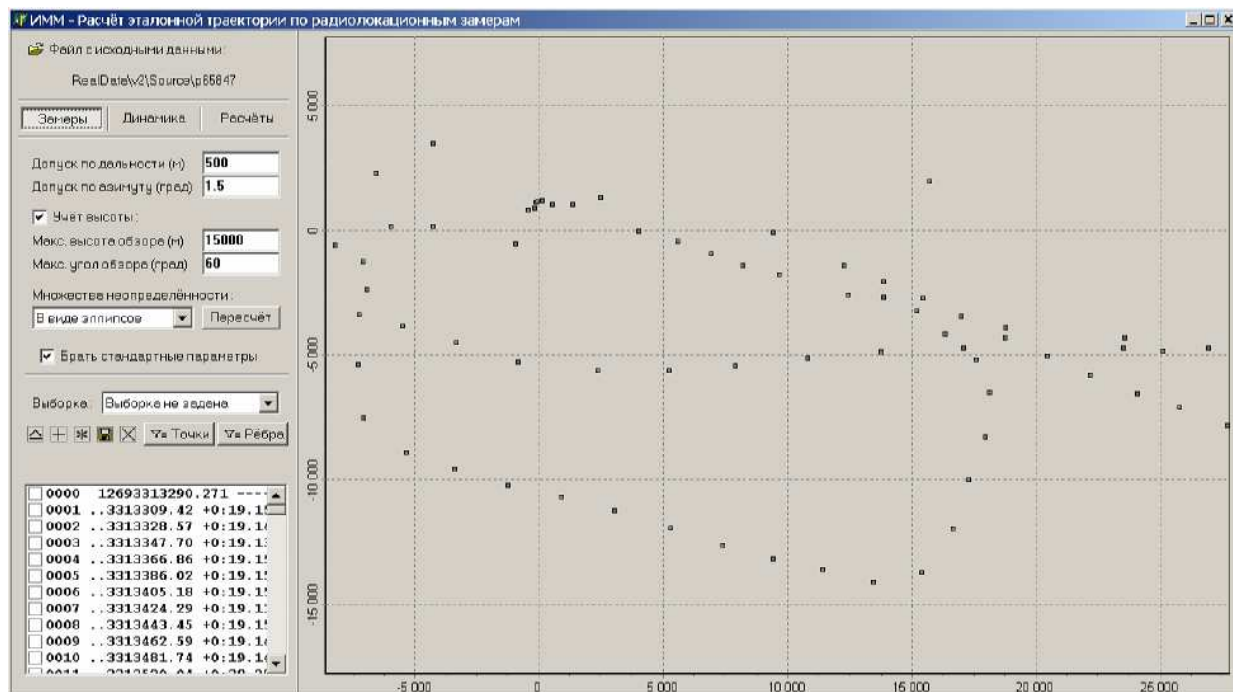


Рис. 4.3: Трек № 65847. Фрагмент исходных данных. Замеры на плоскости геометрических координат.

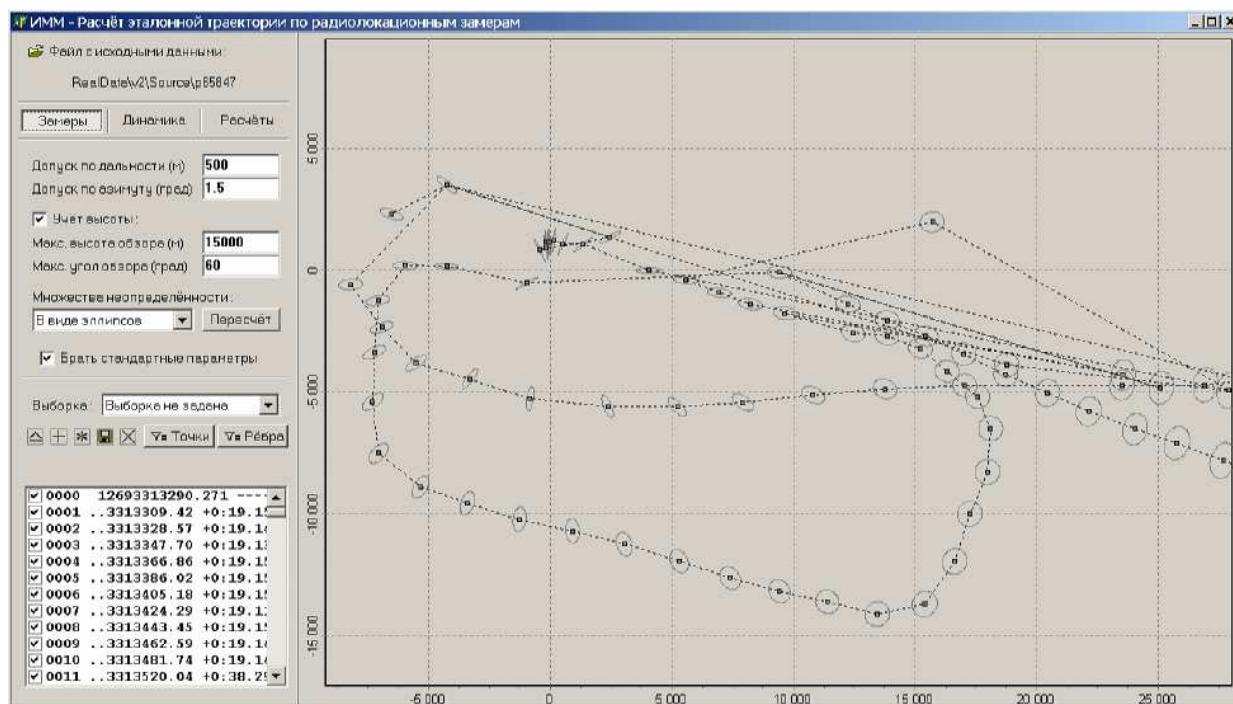


Рис. 4.4: Трек № 65847. Замеры, соединённые ломаной линией в хронологическом порядке и их множества неопределённости.

Анализируя файл исходных данных, мы можем выделить следующие части, вызывающие сомнение:

1.

№	X	Y	T1	T	dT
103	12244.90	-1386.1000	126933153000949744	315300.0949744	—
104	9430.05	-68.3369	126933153378490032	315337.8490032	+37.754
105	9430.05	-68.3369	126933153569460496	315356.9460496	+19.097
106	25116.10	-4825.3500	126933153772238816	315377.2238816	+20.2787
107	9430.05	-68.3369	126933153763029824	315376.3029824	-0.921
108	9430.05	-68.3369	126933153959008832	315395.9008832	+19.598
109	9430.05	-68.3369	126933154149189488	315414.9189488	+19.018
110	9430.05	-68.3369	126933154330148960	315433.0148960	+18.096
111	-940.06	-528.8950	126933154650239296	315465.0239296	+32.009

Особенности:

- после замера 103 имеется удвоенный интервал времени – возможен пропуск;
- у замера 105 координаты совпадают с замером 104, интервал времени однократный;
- замер 106 стоит очень далеко – выброс, его время больше на 1с, чем время следующего замера 107;
- замеры 107, 108, 109, 110 совпадают по координатам с замером 104, идут через однократный интервал времени;
- “новый” замер 111 идет через двукратный интервал времени от замера 110.

2.

№	X	Y	T1	T	dT
137	12459.10	-2579.1400	126933159703239792	315970.3239792	—
138	9661.09	-1764.8400	126933160083789104	316008.3789104	+38.055
139	23561.10	-4297.2800	126933160279169968	316027.9169968	+19.538
140	8232.96	-1388.1300	126933160273659712	316027.3659712	-0.551
141	6954.02	-920.8720	126933160462329136	316046.2329136	+18.867

Особенности:

- замер 139 идет через нормальный интервал времени после замера 138, но геометрические координаты сильно отличаются – выброс;
- замер 140 имеет меньшее время, чем замер 139, примерно на 0.5с, геометрические координаты представляются совместными с координатами замера 138, относительно замера 138 замер 140 идет через нормальный однократный интервал времени.

3.

№	X	Y	T1	T	dT
141	6954.02	-920.8720	126933160462329136	316046.2329136	–
142	5570.96	-403.1460	126933160649299360	316064.9299360	+18.697
143	15716.00	1981.7500	126933160650910688	316065.0910688	+0.161
144	27921.00	-4930.6400	126933160854299360	316085.4299360	+20.339
145	4040.92	-9.7625	126933160833669472	316083.3669472	-2.063
146	1366.95	1058.8400	126933161190319856	316119.0319856	+35.665

Особенности:

- замер 143 идет через малый интервал времени после замера 142, геометрические координаты замеров отличаются сильно – выброс;
- замер 144 идет через несколько увеличенный интервал времени после замера 143, геометрические координаты замера не представляются совместными с координатами замеров 142, 141, 140 ..., также сильно отличаются от координат замера 143 – выброс;
- замер 145 представляется совместным с замерами 142, 141, 140 ..., интервал времени между замерами 142 и 145 стандартный однократный.

Замеры, записанные в файле, можно по времени разбить на две группы. Первая группа соответствует движению по направлению с востока к центру, прослеживается маневр “коробочка” вблизи положения радиолокатора. Вторая группа замеров соответствует движению из центра на восток. Временная разность между окончанием замеров группы 1 от начала замеров группы 2 составляет ≈ 4000 с или ≈ 1 ч7м.

В модели динамики движения (Глава 1) использовались следующие параметры:

$$\begin{aligned} v &\in [v_{\min}, v_{\max}] = [30 \text{ м/с}, 330 \text{ м/с}]; \\ u &\in [u_{\min}, u_{\max}] = [-5 \text{ м/с}^2, 5 \text{ м/с}^2]; \\ w &\in [w_{\min}, w_{\max}] = [-2 \text{ м/с}^2, 3 \text{ м/с}^2]. \end{aligned}$$

Замеры в соответствующем треке соответствуют двум разнесённым по времени группам (выборкам), которые последовательно обрабатываются и выделяются при помощи представленной здесь программы. Далее результаты используются для построения траектории.

Наибольший интерес представляет фрагмент движения вблизи радиолокатора – “коробочка”. Поэтому результаты работы алгоритма фильтрации иллюстрируются далее в проекции на плоскость геометрических координат именно этим фрагментом (см. рис. 4.5 – 4.8).

Для работы алгоритма фильтрации предварительно создаётся полная выборка и соответствующий набор множеств неопределённости (рис. 4.4). На рис. 4.5, 4.6 показаны результаты работы алгоритма фильтрации соответственно по точкам и по рёбрам. Оставшиеся замеры записываются в выборку 2 (рис. 4.7), а результат фильтрации показан на рис. 4.8.

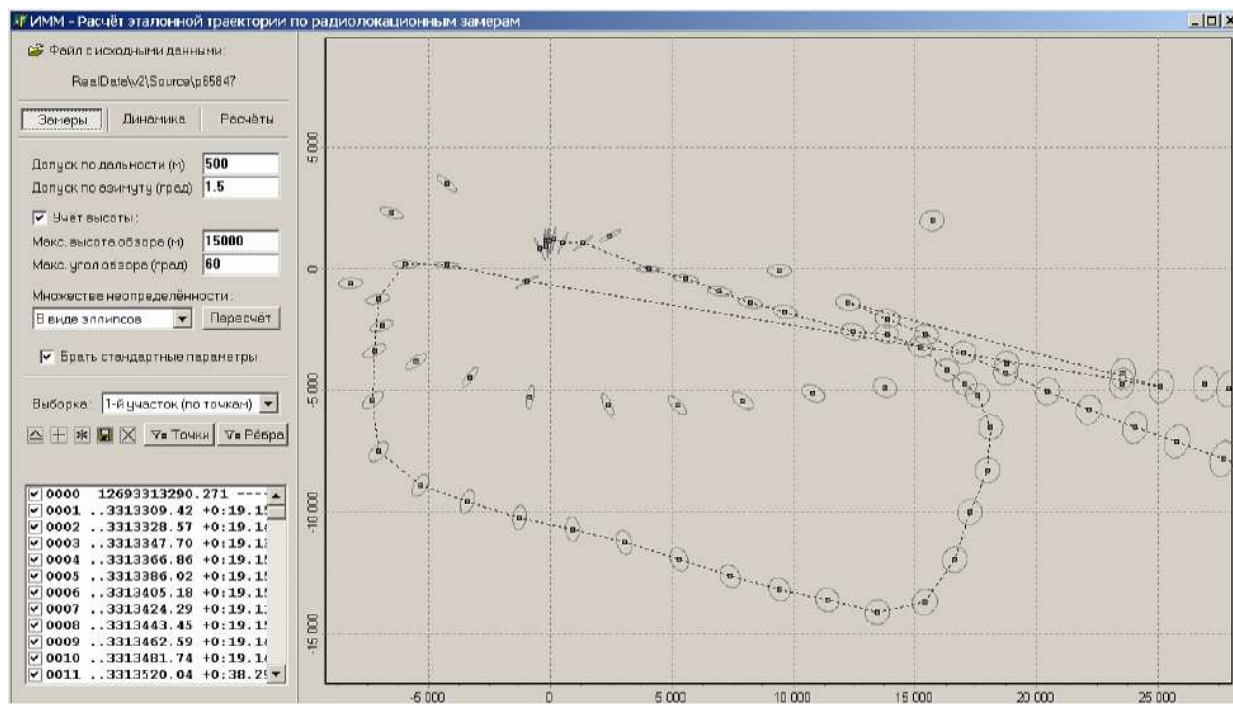


Рис. 4.5: Трек № 65847. Выборка 1. Результат работы алгоритма фильтрации по точкам.

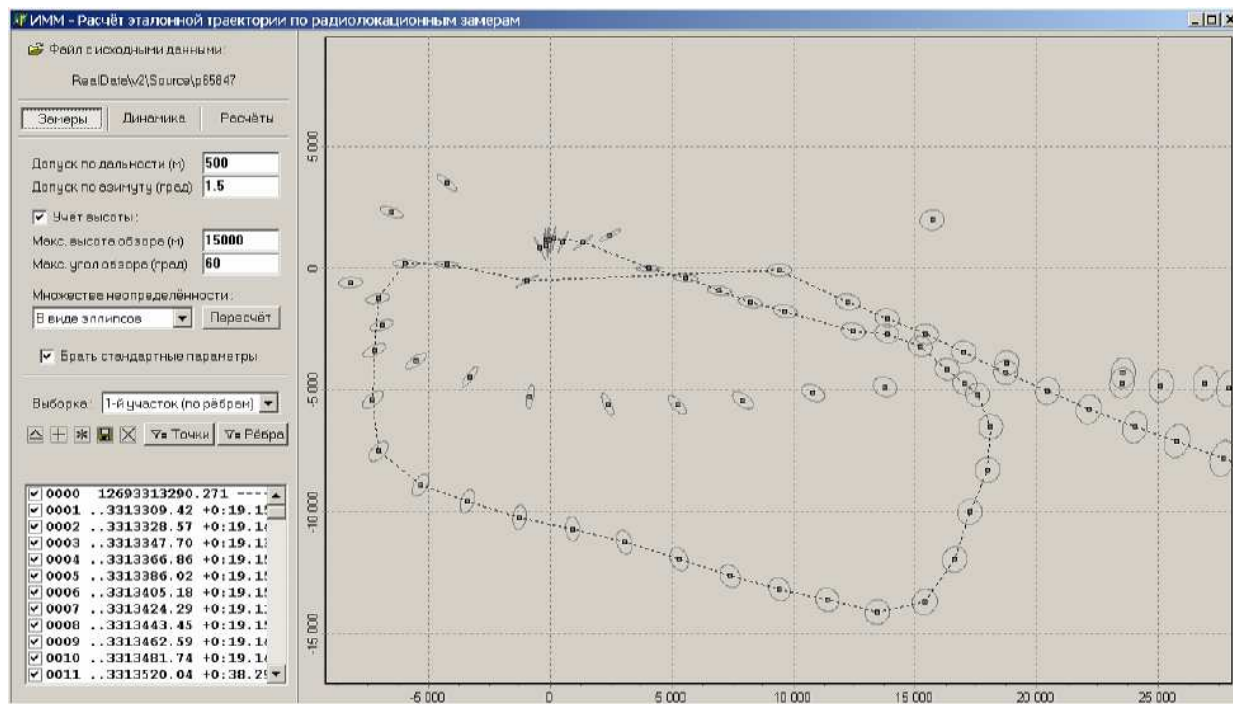


Рис. 4.6: Трек № 65847. Выборка 1. Результат работы алгоритма фильтрации по рёбрам.

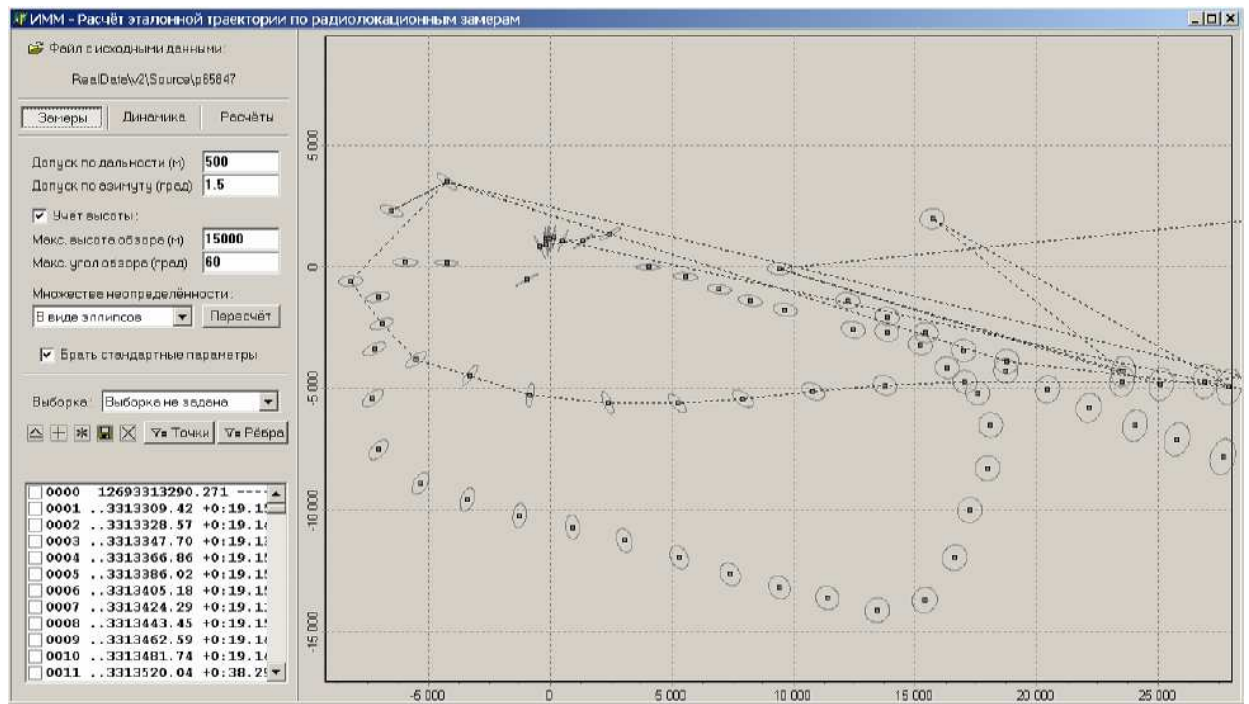


Рис. 4.7: Трек № 65847. Выборка 2. Общий вид.

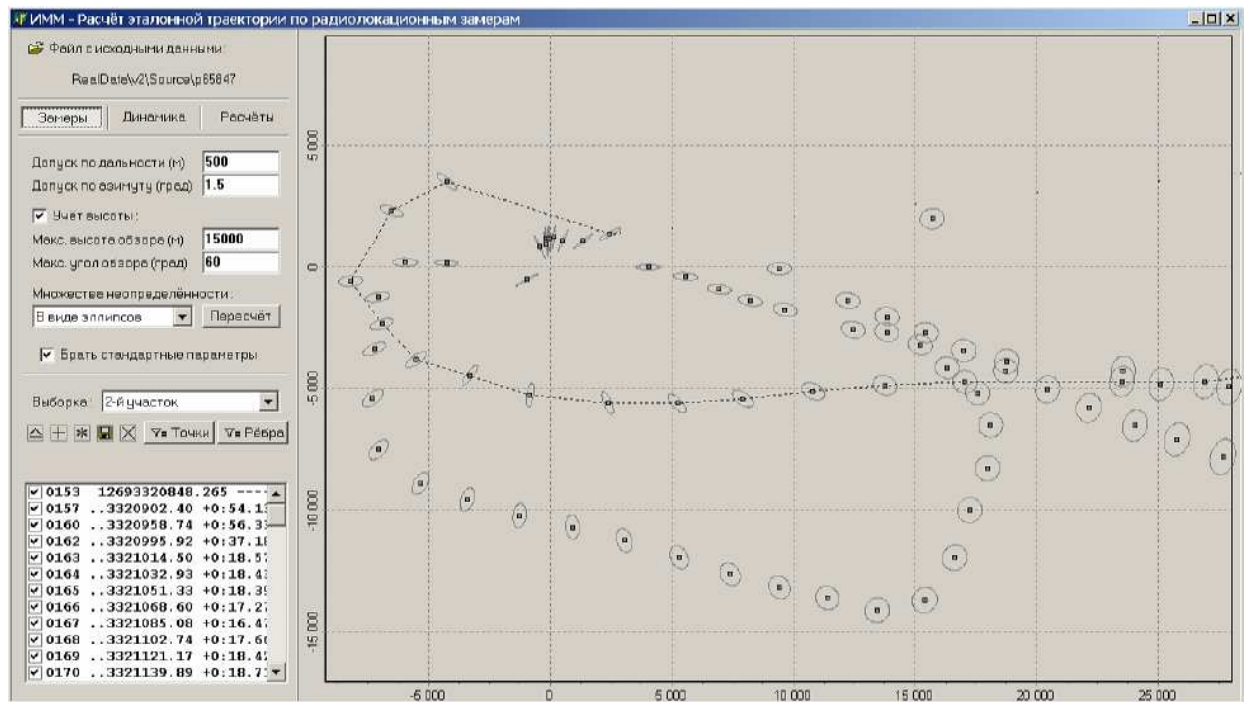


Рис. 4.8: Трек № 65847. Выборка 2. Результат работы алгоритма фильтрации по рёбрам.

4.2.2 Обработка трека № 50041

Данный трек является интересным как за счёт большого набора разнообразных манёвров, так и вследствие наличия сбойных и пропавших замеров.

Кроме того, здесь движение идёт с существенно увеличенными параметрами продольного и бокового ускорения. В модели динамики движения (Глава 1) использовались следующие параметры:

$$\begin{aligned}v &\in [v_{\min}, v_{\max}] = [30 \text{ м/с}, 330 \text{ м/с}]; \\u &\in [u_{\min}, u_{\max}] = [-15 \text{ м/с}^2, 15 \text{ м/с}^2]; \\w &\in [w_{\min}, w_{\max}] = [-4 \text{ м/с}^2, 6 \text{ м/с}^2].\end{aligned}$$

Работа алгоритма фильтрации замеров иллюстрируется на рис. 4.9, 4.10. Здесь у процедуры фильтрации работа была несложная – в результате отброшены все замеры, имеющие вид явных выбросов по геометрическим координатам.

Далее отфильтрованная выборка замеров была передана программе расчёта траектории, которая просчитала её всю, без обрывов на повороте.

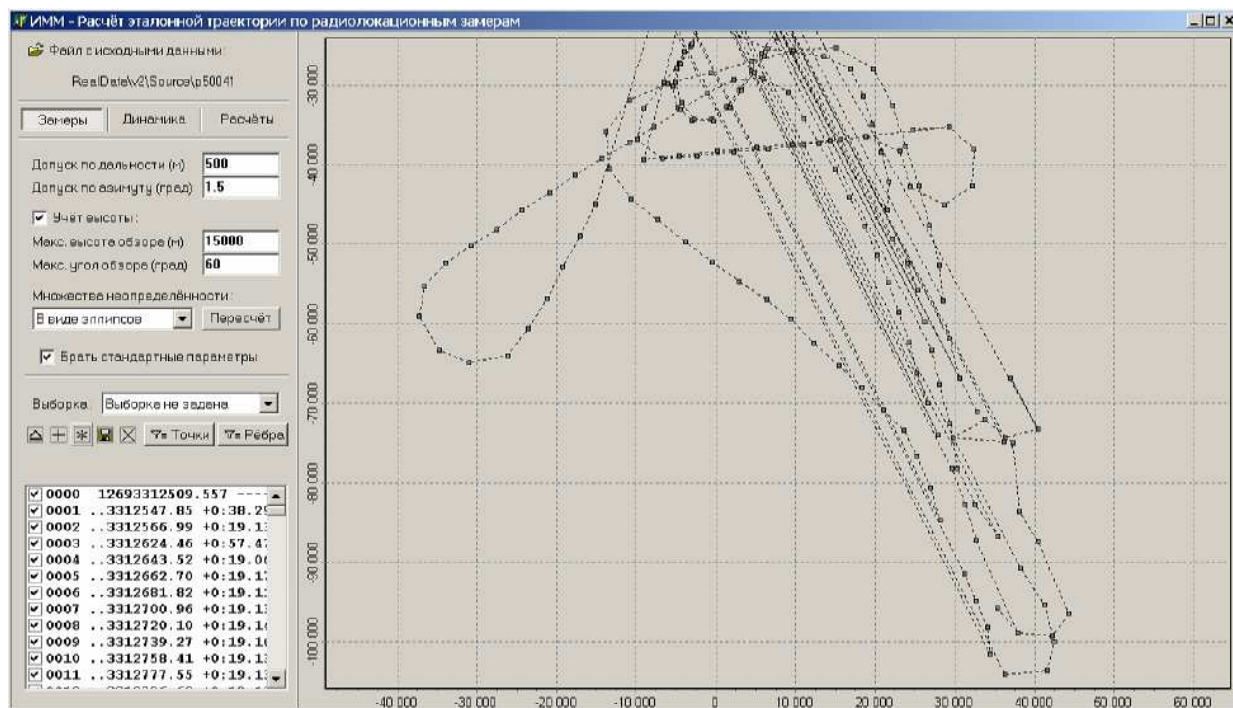


Рис. 4.9: Трек № 50041. Фрагмент исходных данных. Проекция на плоскость геометрических координат.

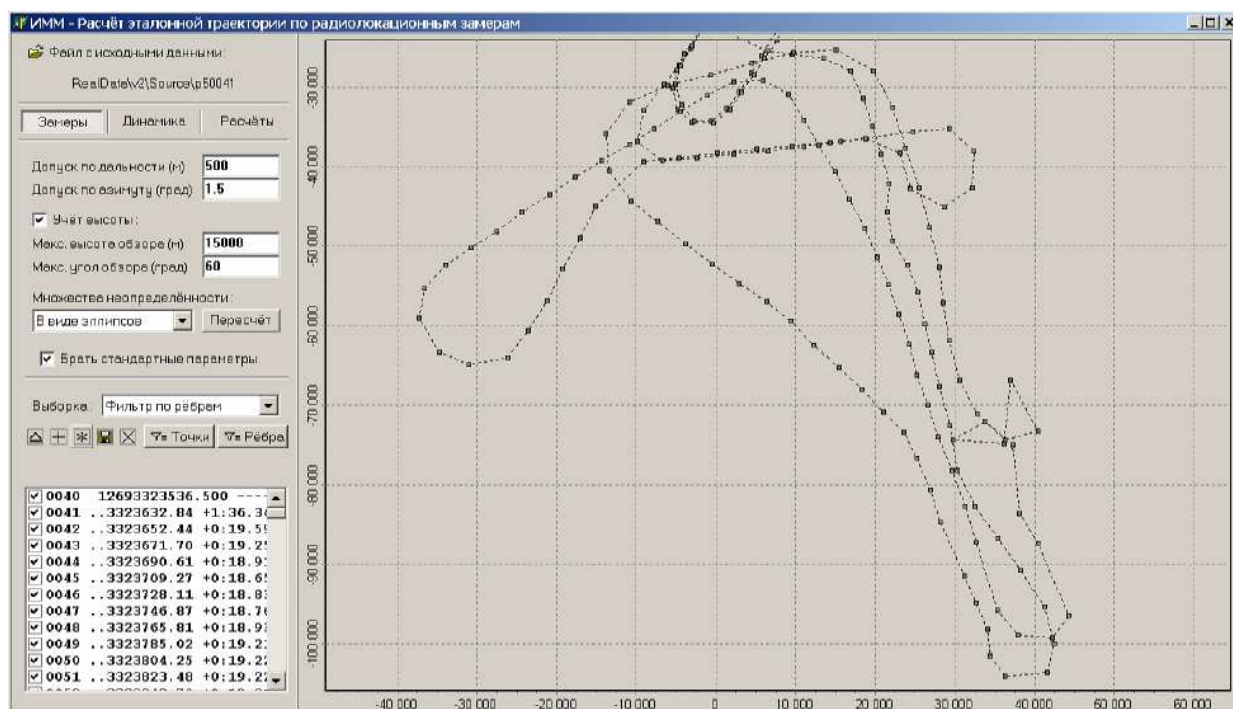


Рис. 4.10: Трек № 50041. Результат фильтрации по рёбрам. Проекция на плоскость геометрических координат.

4.3 Численные результаты расчёта траекторий

Для тестирования алгоритма построения траектории были использованы четыре варианта данных измерений, полученных с радиолокатора. Это треки с номерами P05503, P05512, P50041, P65847.

При обработке данных для всех треков, кроме P50041, использовались следующие параметры модельной динамики

$$\begin{aligned}v &\in [v_{\min}, v_{\max}] = [30 \text{ м/с}, 330 \text{ м/с}]; \\u &\in [u_{\min}, u_{\max}] = [-7 \text{ м/с}^2, 7 \text{ м/с}^2]; \\w &\in [w_{\min}, w_{\max}] = [-2 \text{ м/с}^2, 3 \text{ м/с}^2].\end{aligned}$$

Для обработки трека P50041 диапазон бокового ускорения был увеличен:

$$u \in [u_{\min}, u_{\max}] = [-20 \text{ м/с}^2, 20 \text{ м/с}^2].$$

Это, по всей видимости, связано с тем, что наблюдение велось за более маневренным самолетом.

4.3.1 Обработка трека № 05503

На этом треке (общий вид показан на рис. 4.11) наибольший интерес представляет разворот на 180 градусов в нижней части траектории и крутой поворот в верхней части.

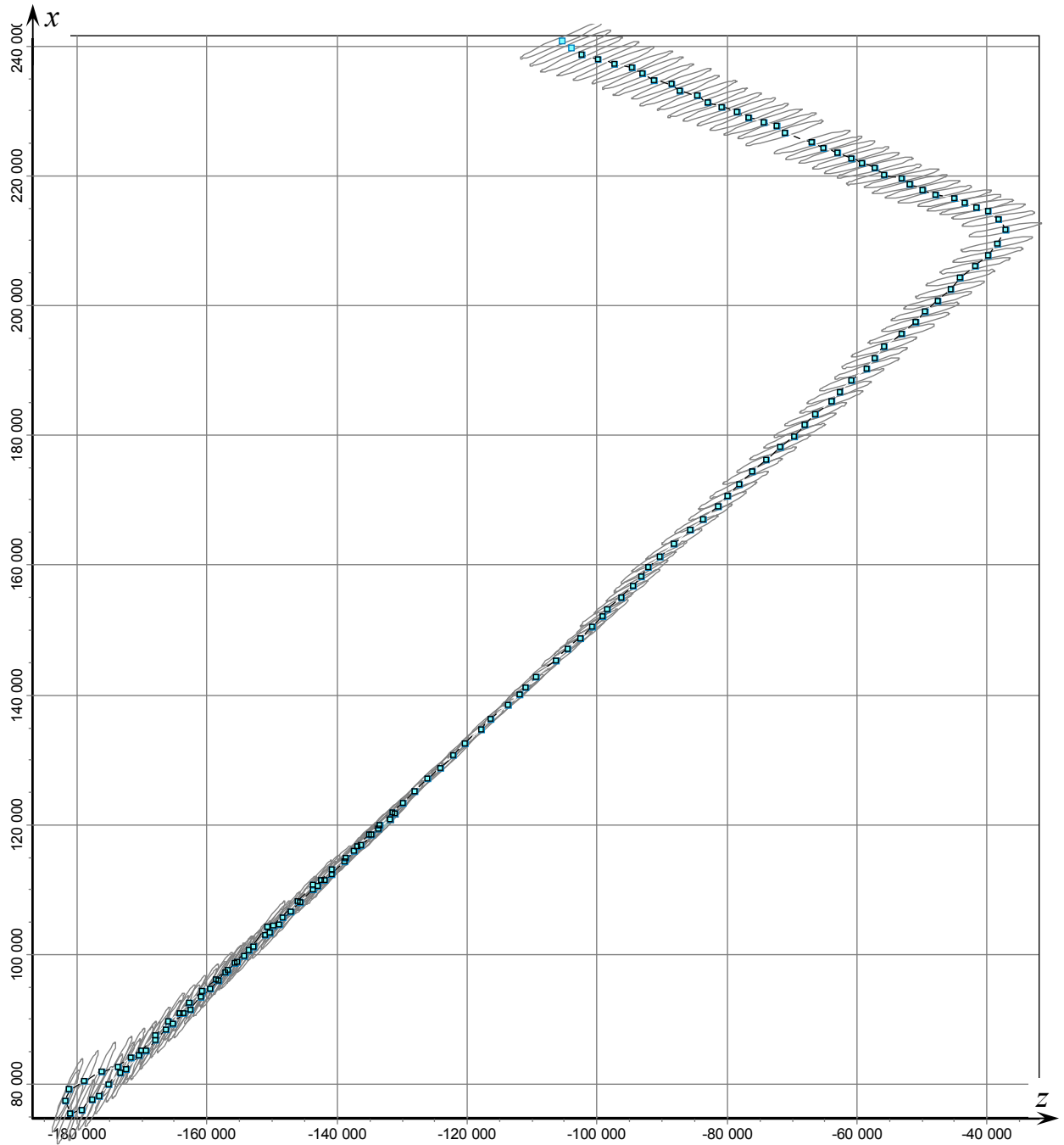


Рис. 4.11: Трек № 05503. Общий вид в геометрической плоскости.

Выборка обрабатывалась при помощи окон длины 3, 4, 5. При большей длине окна результаты на указанных трудных участках ухудшаются. При расчёте с длиной окна 3 показаны фрагмент нижнего поворота (рис. 4.12) и фрагмент верхнего поворота (рис. 4.15).

Графики бокового и продольного управлений для соответствующих фрагментов представлены на рис. 4.13, 4.14 и на рис. 4.16, 4.17 соответственно.

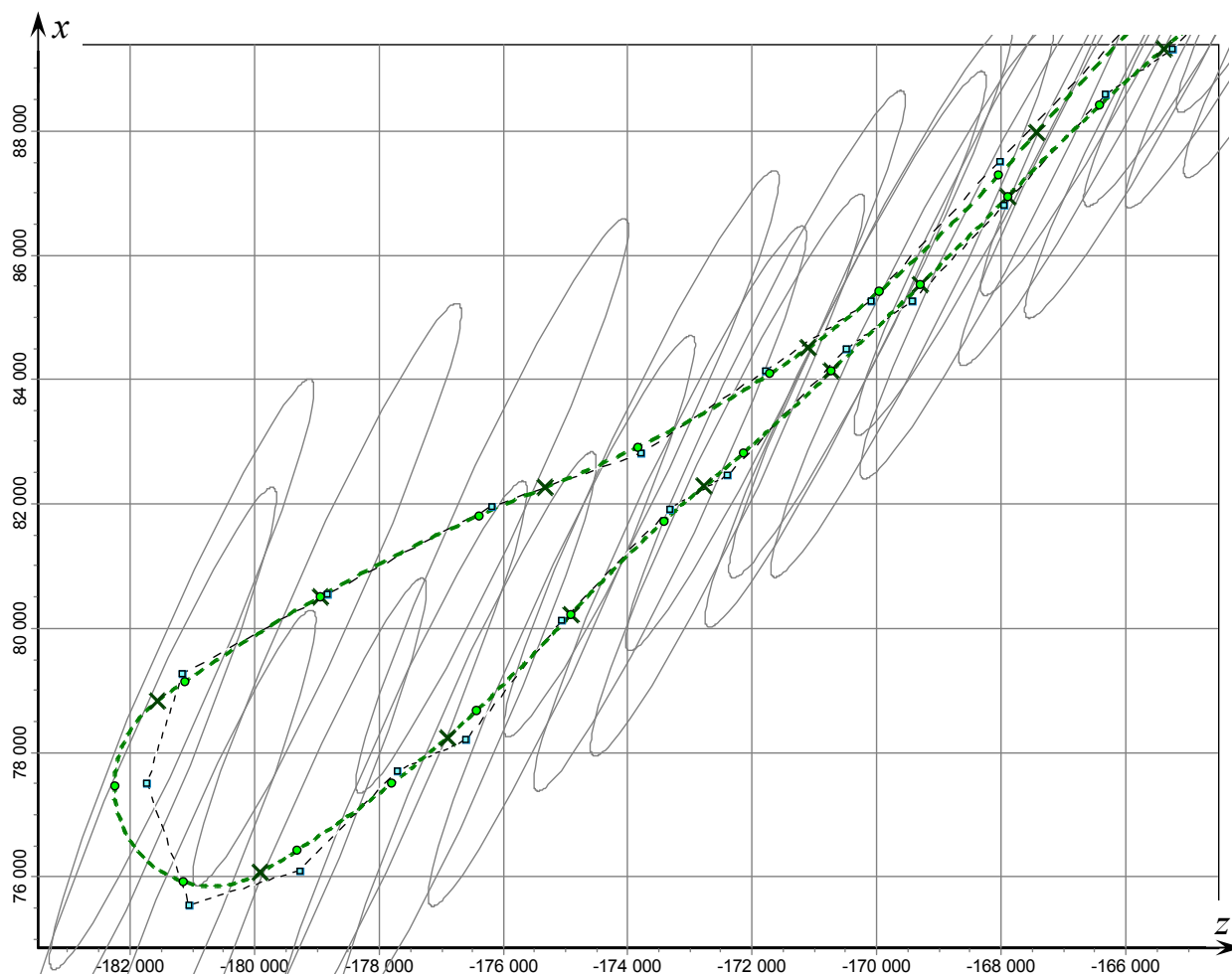


Рис. 4.12: Трек № 05503. Фрагмент с нижним поворотом.

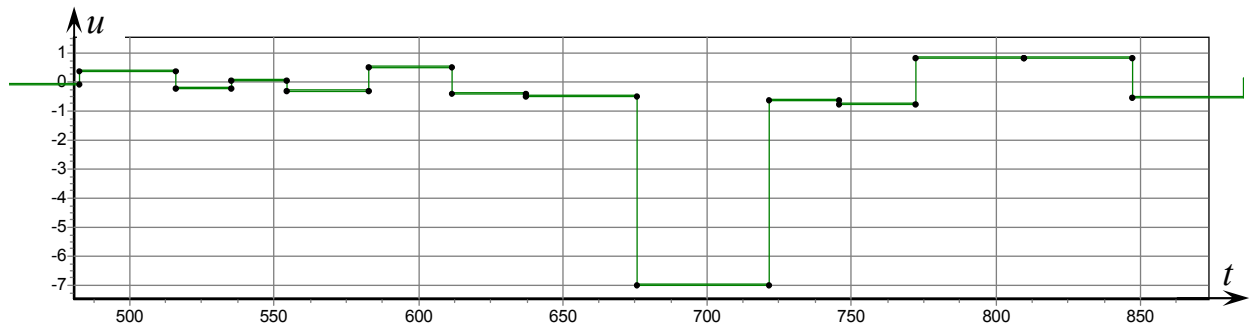


Рис. 4.13: Трек № 05503. Фрагмент с нижним поворотом. Боковое управление.

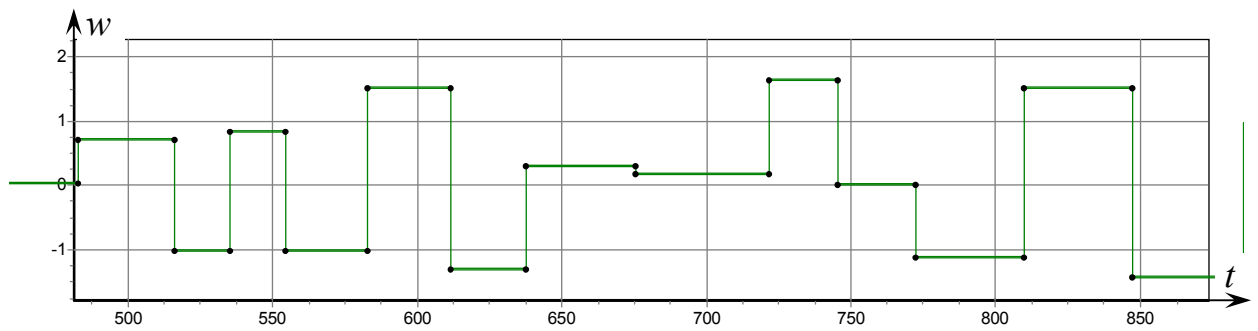


Рис. 4.14: Трек № 05503. Фрагмент с нижним поворотом. Продольное управление.

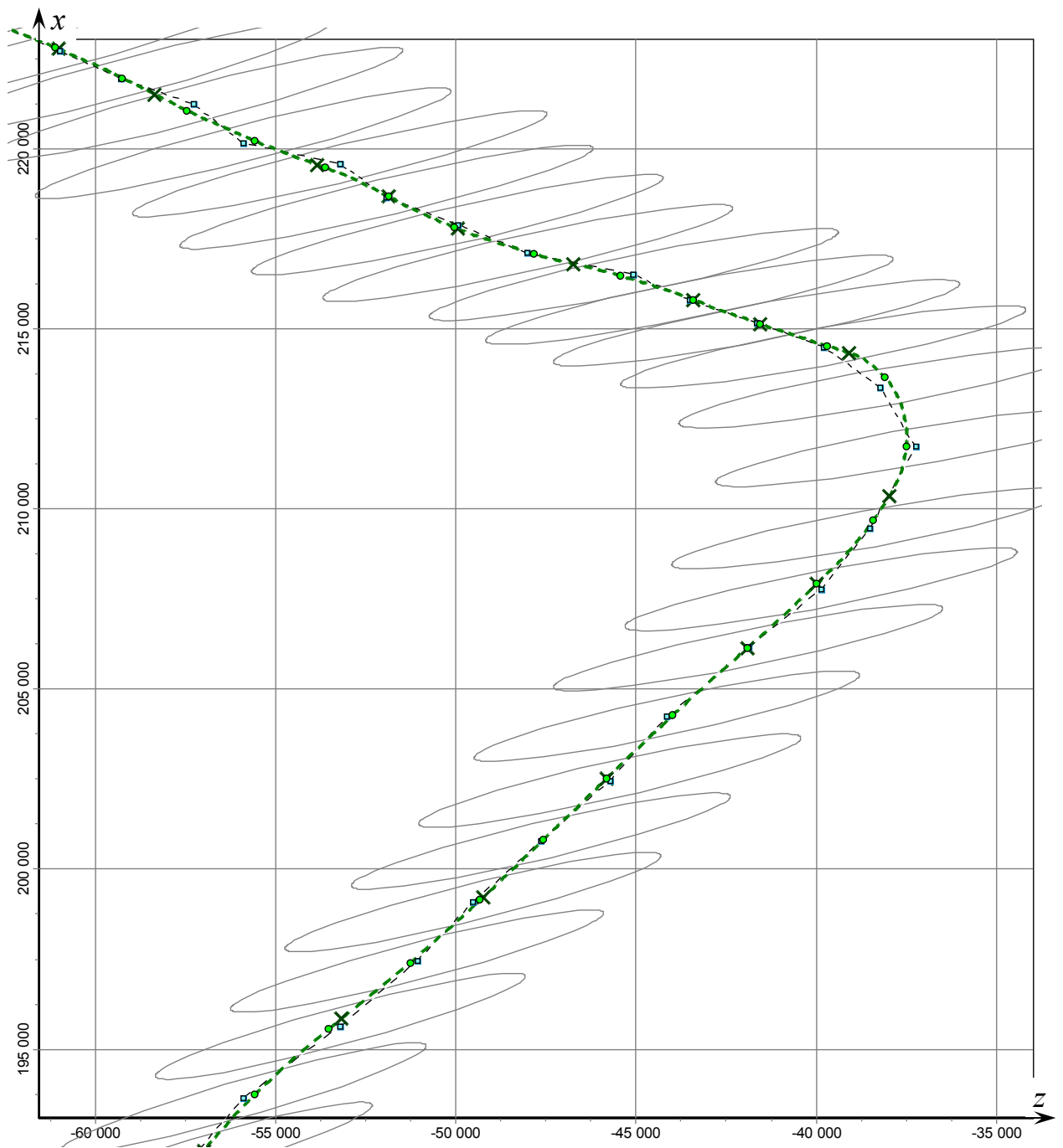


Рис. 4.15: Трек № 05503. Фрагмент с верхним поворотом.

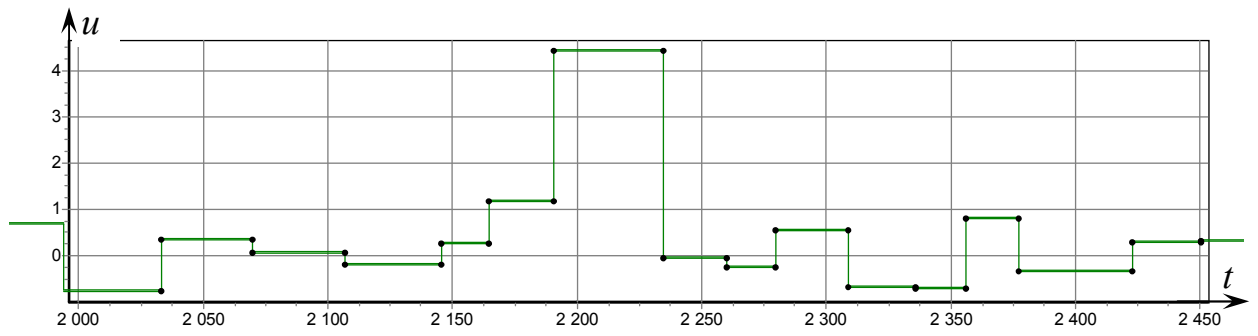


Рис. 4.16: Трек № 05503. Фрагмент с верхним поворотом. Боковое управление.

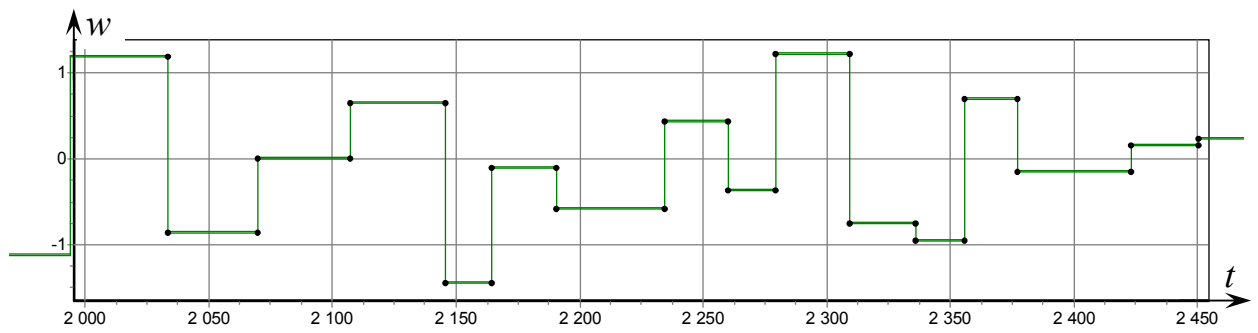


Рис. 4.17: Трек № 05503. Фрагмент с верхним поворотом. Продольное управление.

4.3.2 Обработка трека № 05512

Общий вид трека показан на рис. 4.18. Данный трек является самым длинным по времени. Имеются два сложных участка: разворот примерно на 220 градусов (рис. 4.19) в нижней части и разворот на 180 градусов в верхней (рис. 4.22). На этих участках очень много “пропавших” замеров.

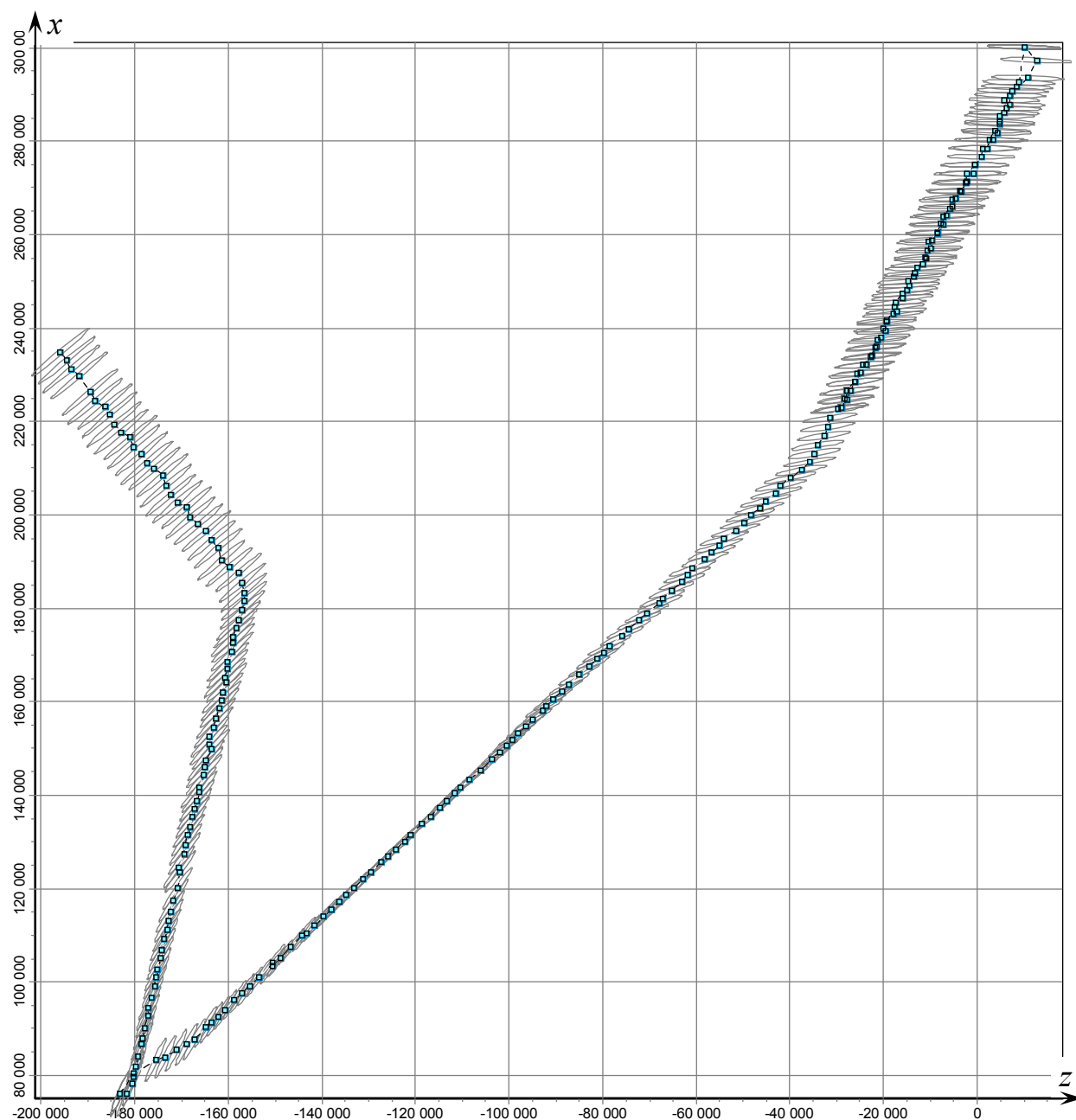


Рис. 4.18: Трек № 05512. Общий вид в геометрической плоскости.

Выборка обрабатывалась при помощи окон длины 3, 4, 5. При большей длине окна результаты на указанных трудных участках ухудшаются. Ниже приведены фрагменты расчётов с длиной окна 3.

Графики бокового и продольного управлений для соответствующих фрагментов представлены на рис. 4.20, 4.21 и на рис. 4.23, 4.24 соответственно.

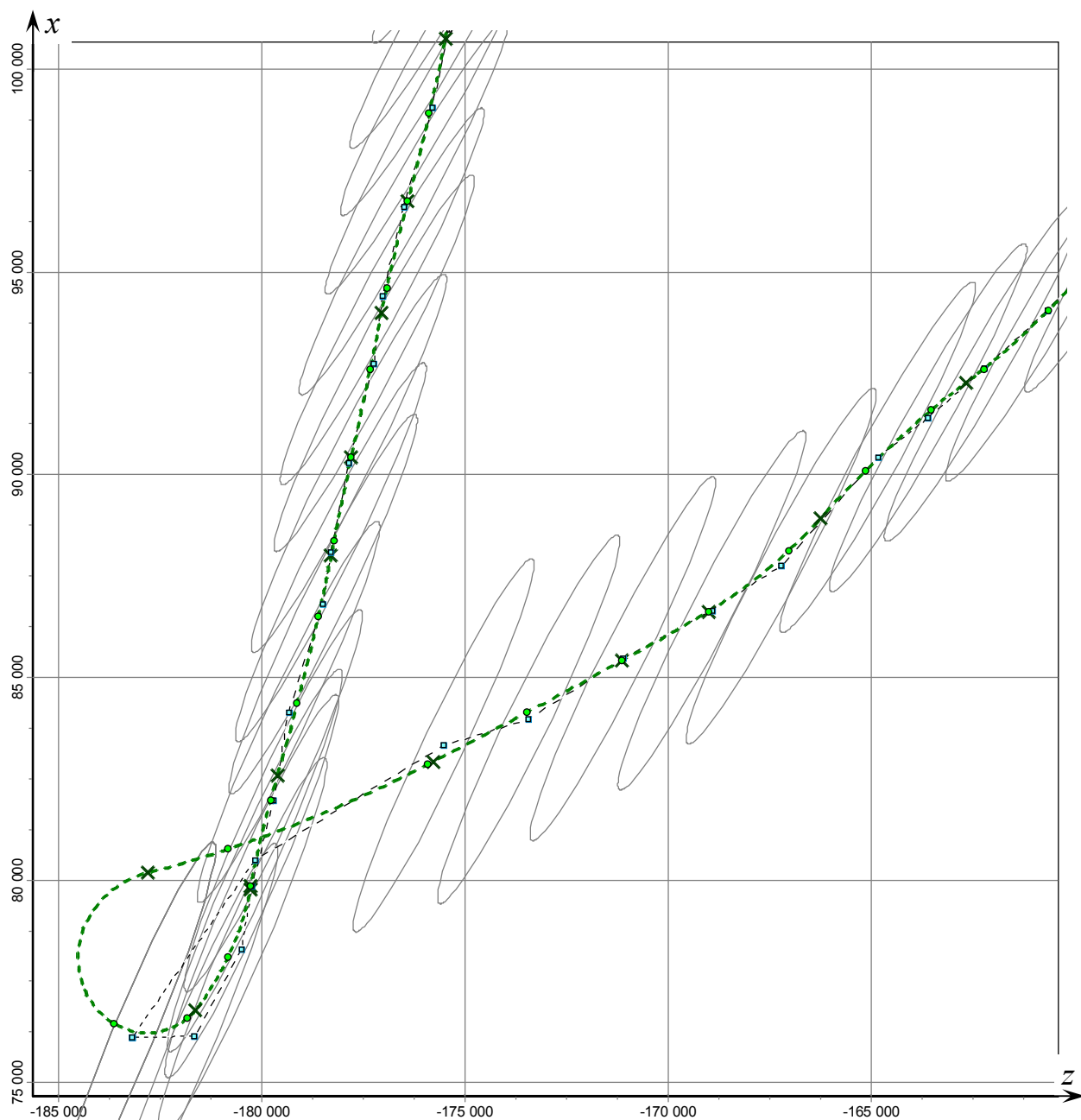


Рис. 4.19: Трек № 05512. Фрагмент с нижним поворотом.

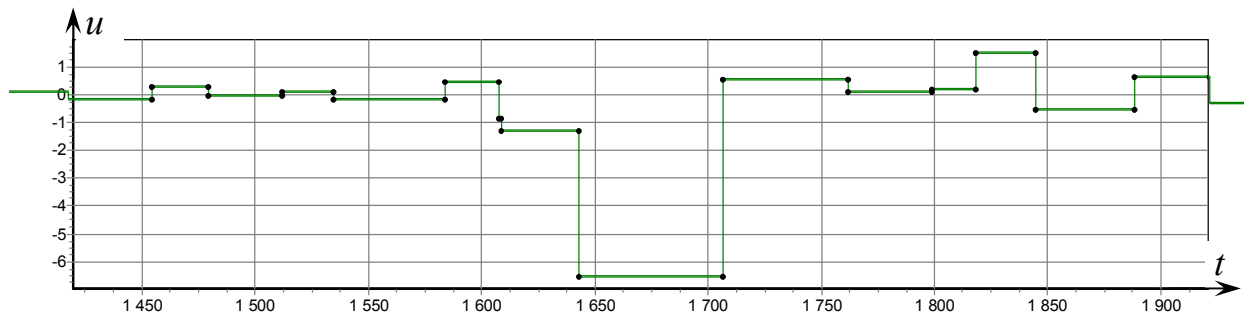


Рис. 4.20: Трек № 05512. Фрагмент с нижним поворотом. Боковое управление.

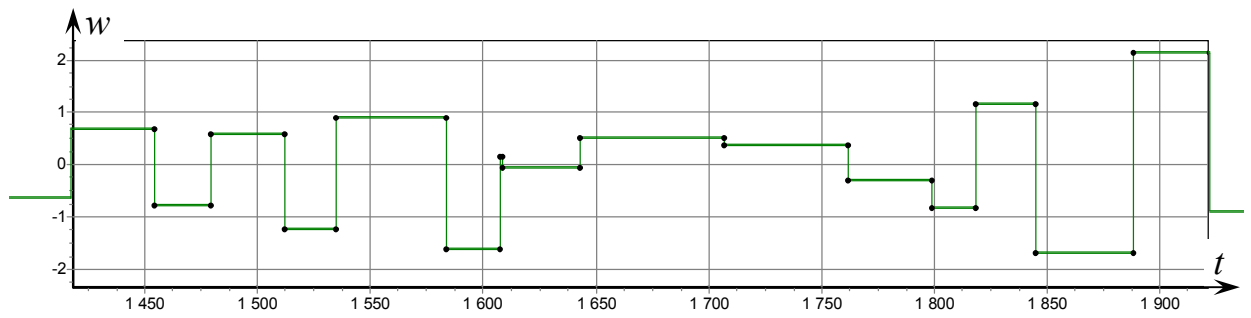


Рис. 4.21: Трек № 05512. Фрагмент с нижним поворотом. Продольное управление.

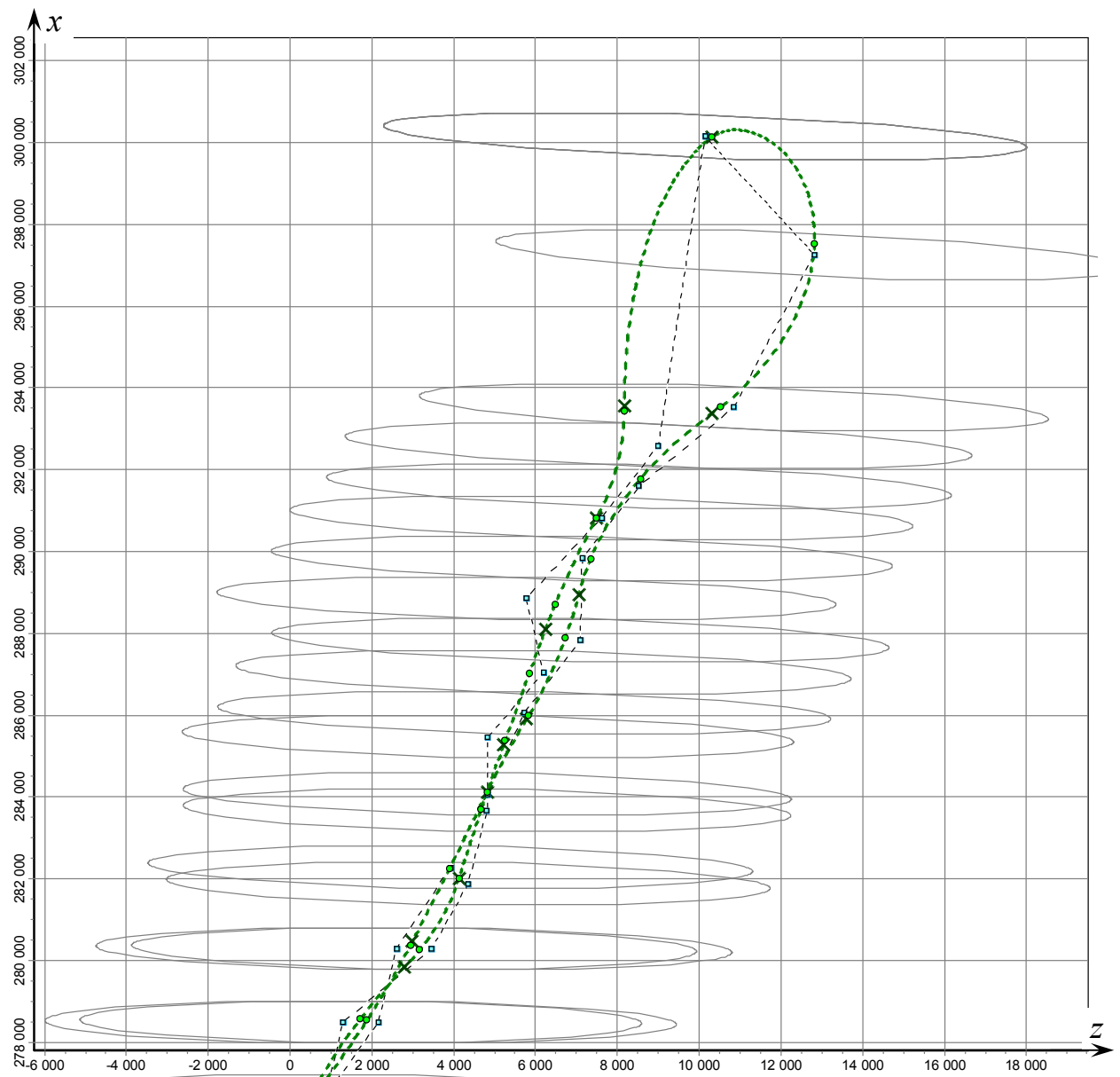


Рис. 4.22: Трек № 05512. Фрагмент с верхним поворотом.

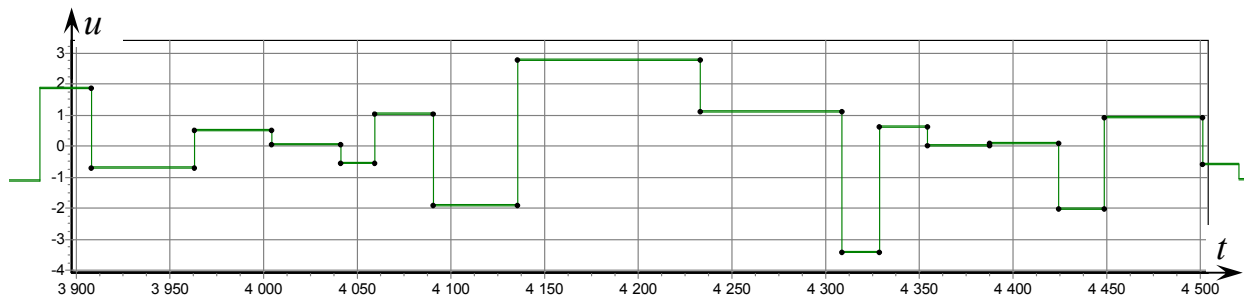


Рис. 4.23: Трек № 05512. Фрагмент с верхним поворотом. Боковое управление.

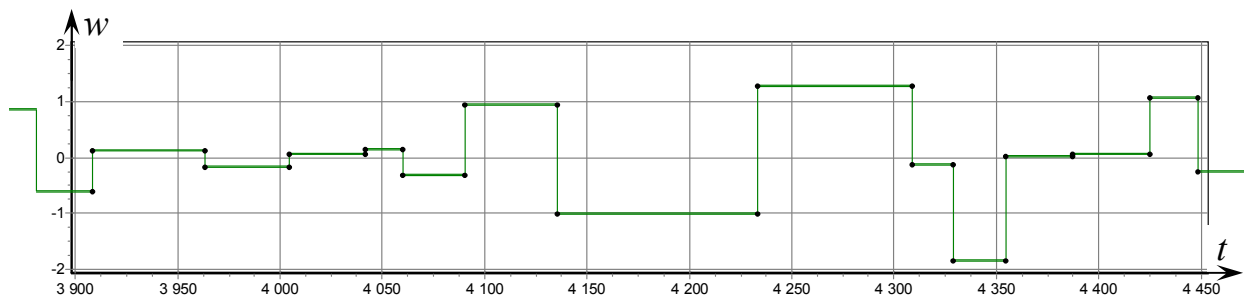


Рис. 4.24: Трек № 05512. Фрагмент с верхним поворотом. Продольное управление.

4.3.3 Обработка трека № 50041

На этом треке в исходных данных очень много сбойных замеров. Общий вид траектории по отфильтрованным замерам показан на рис. 4.25.

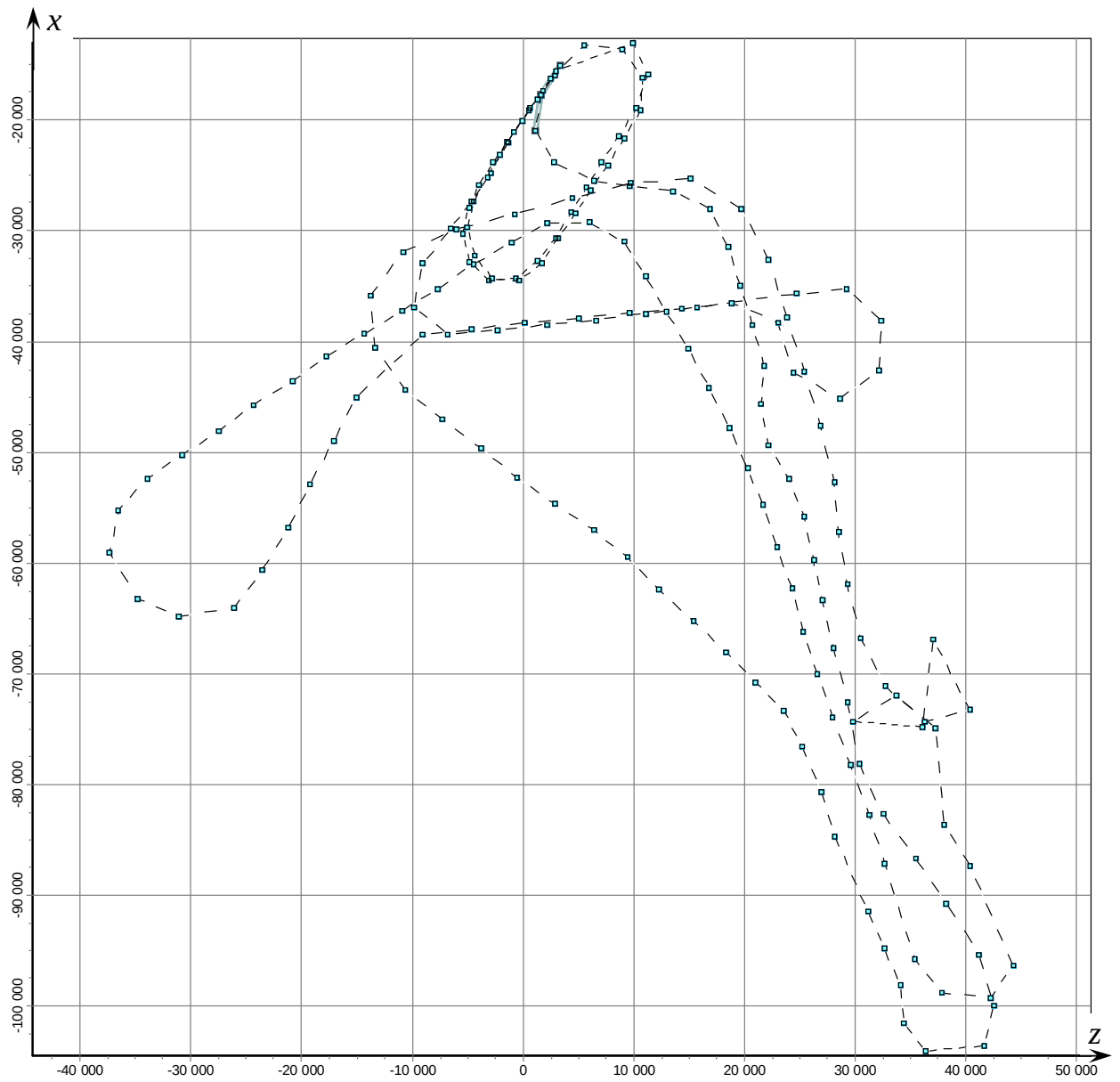


Рис. 4.25: Трек № 50041. Общий вид трека после фильтрации.

На рис. 4.26 приведен фрагмент манёвра типа “восьмёрки” — наиболее трудного на данной траектории участка. Ещё один интересный участок – разворот на 180 градусов представлен на рис. 4.29. Построения сделаны с длиной окна 3.

Выборка обрабатывалась при помощи окон длины 3, 4, 5. При большей длине окна результаты на указанных трудных участках ухудшаются.

Графики бокового и продольного управлений для соответствующих фрагментов представлены на рис. 4.27, 4.28 и на рис. 4.30, 4.31 соответственно.

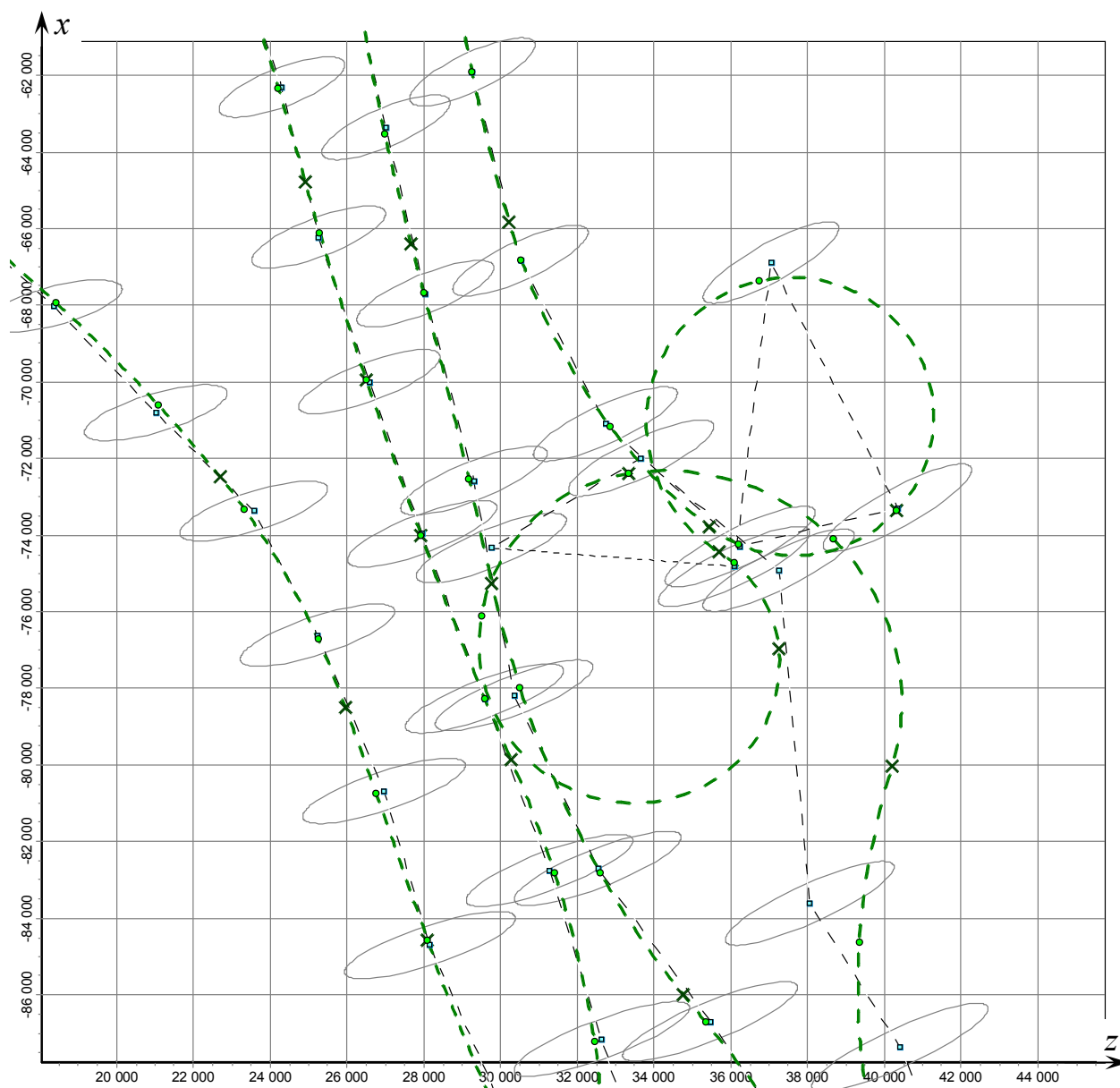


Рис. 4.26: Трек № 50041. Фрагмент манёвра типа “восьмёрки”.

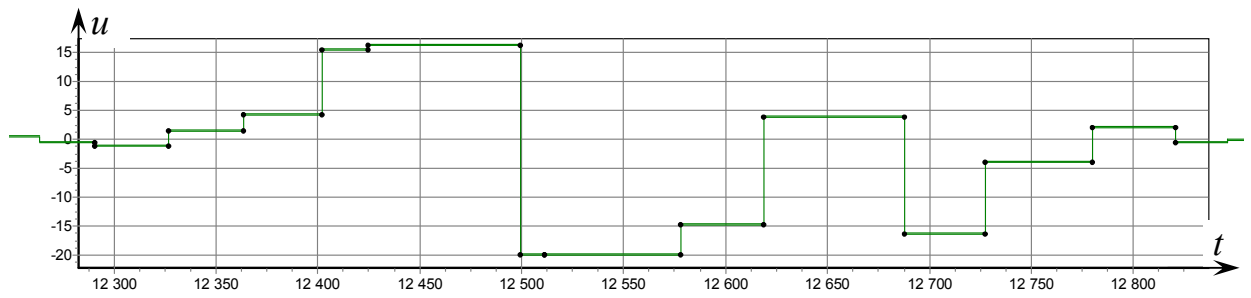


Рис. 4.27: Трек № 50041. Фрагмент манёвра типа “восьмёрки”. Боковое управление.

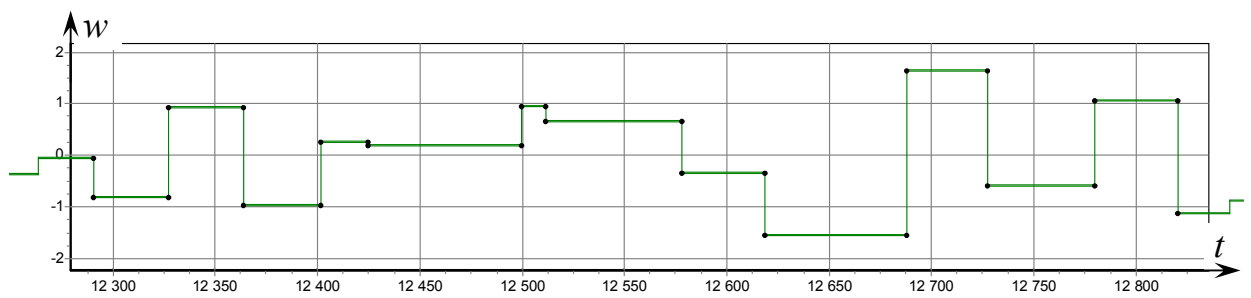


Рис. 4.28: Трек № 50041. Фрагмент манёвра типа “восьмёрки”. Продольное управление.

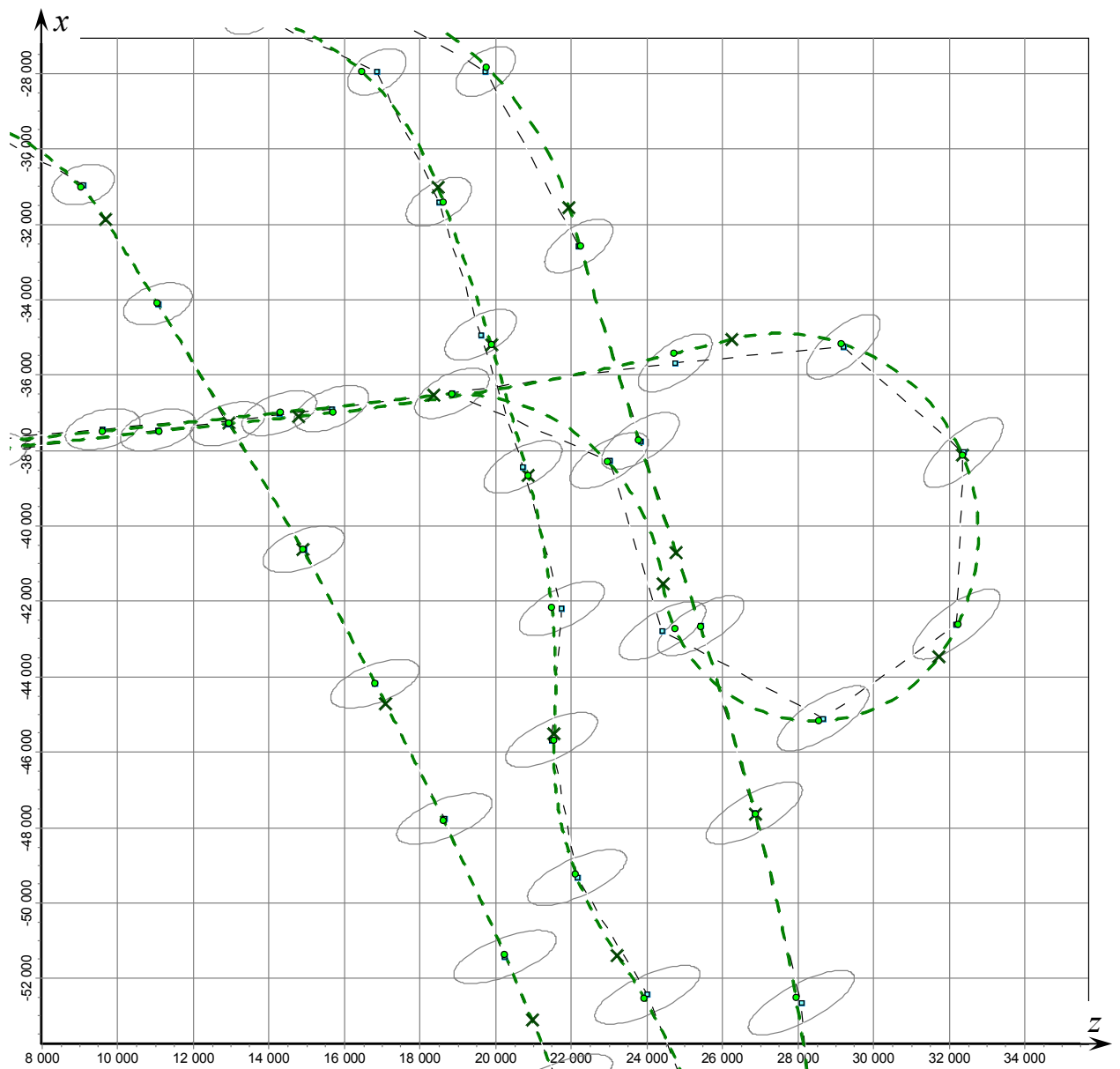


Рис. 4.29: Трек № 50041. Фрагмент с разворотом на 180 градусов.

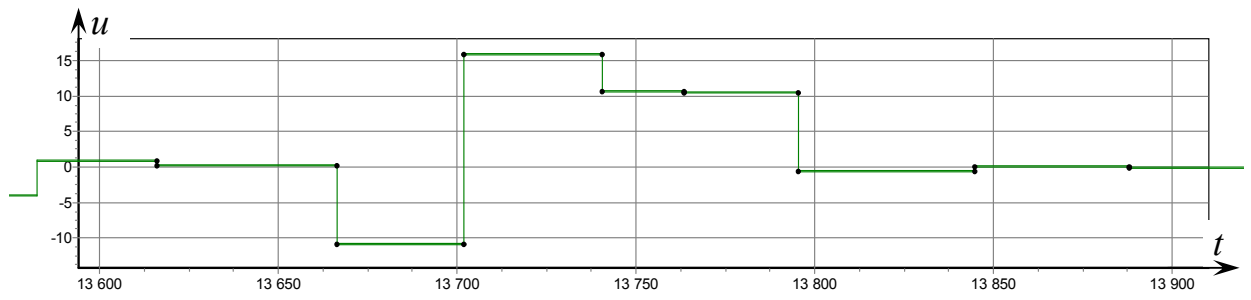


Рис. 4.30: Трек № 50041. Фрагмент с разворотом на 180 градусов. Боковое управление.

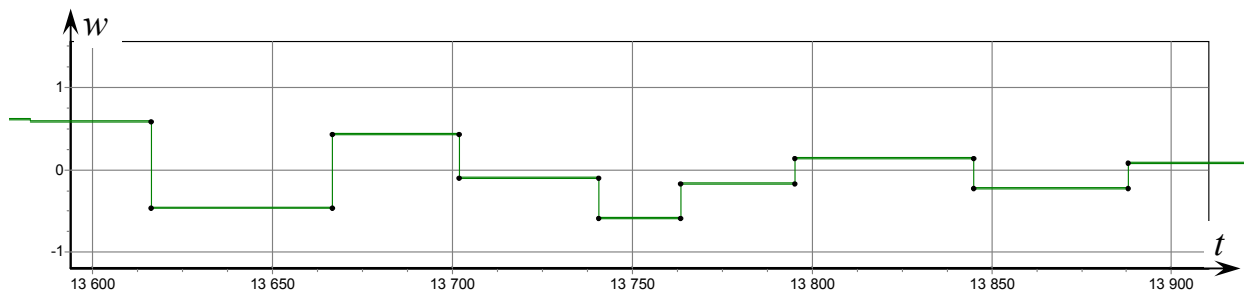


Рис. 4.31: Трек № 50041. Фрагмент с разворотом на 180 градусов. Продольное управление.

4.3.4 Обработка трека № 65847

В этом треке программа предварительной фильтрации после отбрасывания сбойных замеров разбивает оставшиеся замеры на две группы [4]. Первая группа соответствует движению по направлению с востока к центру, прослеживается маневр “коробочка” вблизи положения радиолокатора. Вторая группа замеров соответствует движению из центра на восток. Временная разность между окончанием замеров группы 1 от начала замеров группы 2 составляет ≈ 4000 с или ≈ 1 ч 7 мин.

Наибольший интерес представляет первая группа, которая заканчивается “коробочкой”.

Соответствующая выборка (рис. 4.33) обрабатывалась при помощи окон длины 3, 4, 5, 6. Для больших окон результаты ухудшаются.

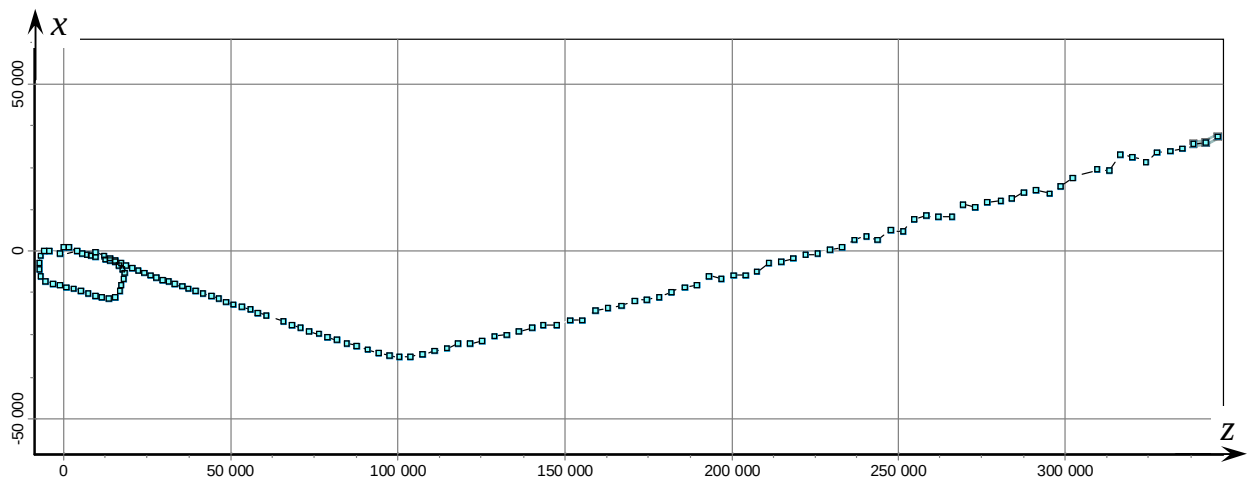


Рис. 4.32: Трек № 65847. Первая группа исходных данных после фильтрации.

Далее приведены результаты для длины окна равной 3. На рис. 4.33 показан фрагмент участка с прямолинейным движением на начальном, достаточно удалённом от радиолокатора участке. Здесь явно просматриваются ошибки замеров, которые сглаживает программа восстановления. соответствующие графики бокового и продольного управлений показаны на рис. 4.34, 4.35.

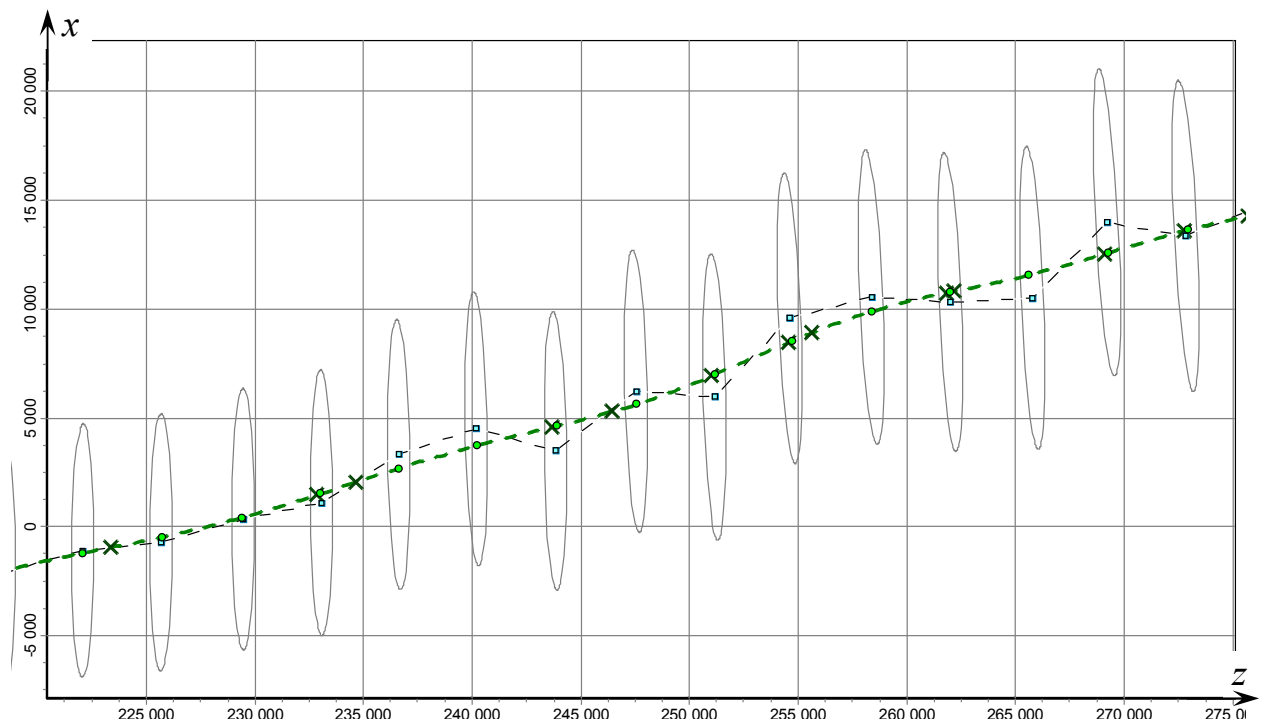


Рис. 4.33: Трек № 65847. Фрагмент прямолинейного движения.

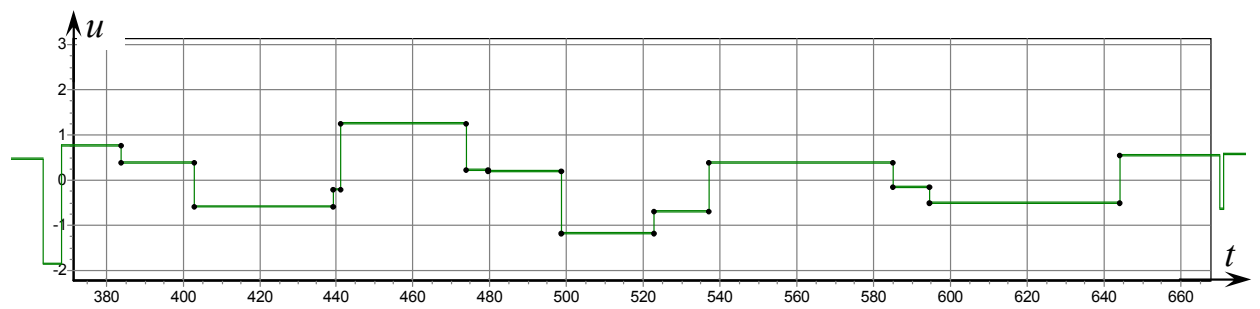


Рис. 4.34: Трек № 65847. Фрагмент прямолинейного движения. Боковое управление.

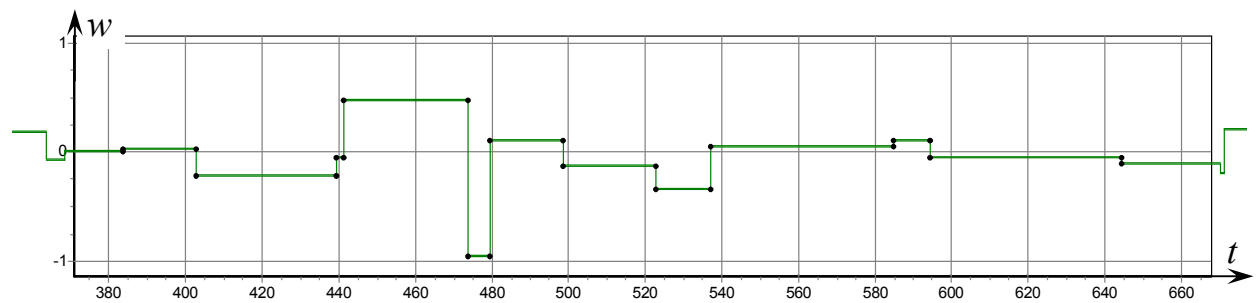


Рис. 4.35: Трек № 65847. Фрагмент прямолинейного движения. Продольное управление.

На рис. 4.36 показан завершающий круговой манёвр (“коробочка”). Здесь в силу близости к радиолокатору множества неопределённости имеют очень малый размер, что весьма усложняет вычисления в алгоритме восстановления траектории. На следующих рис. 4.37, 4.38 показаны графики соответствующих бокового и продольного управлений.

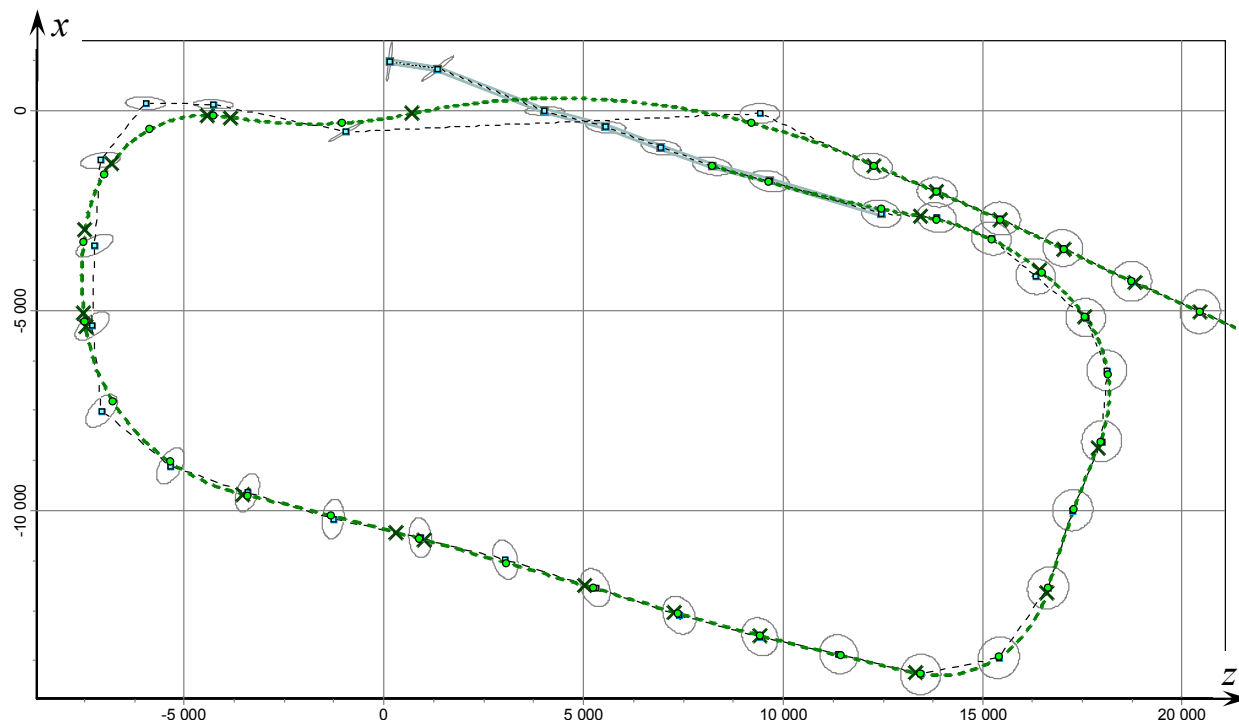


Рис. 4.36: Трек № 65847. Фрагмент типа “коробочка”.

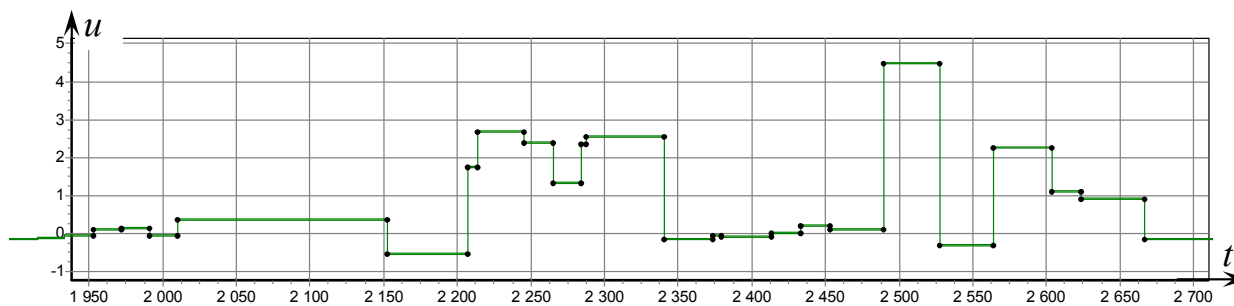


Рис. 4.37: Трек № 65847. Фрагмент типа “коробочка”. Боковое управление.

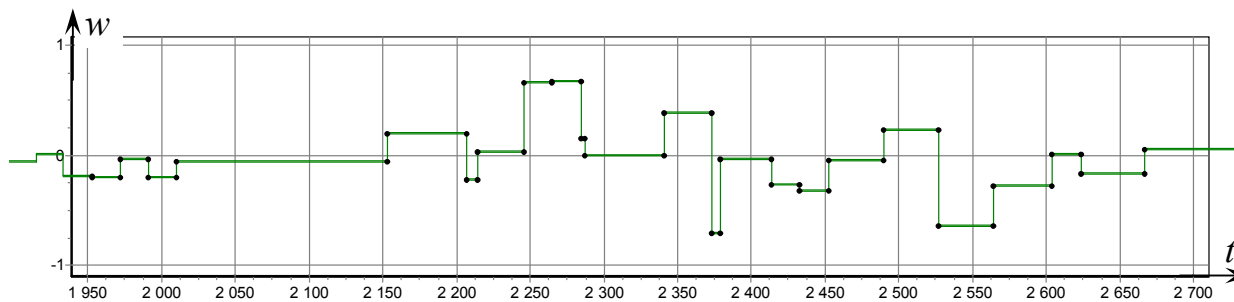


Рис. 4.38: Трек № 65847. Фрагмент типа “коробочка”. Продольное управление.

Заключение

В отчёте описывается алгоритм восстановления траектории движения самолёта на основе неточных замеров его геометрического положения. Алгоритм использует идею движущегося во времени окна. Построение траектории в окне существенным образом опирается на аналитические вычисления.

Для отсева ложных и сбойных замеров разработан алгоритм предварительной фильтрации.

Реализована программа, объединяющая в себе алгоритм предварительной фильтрации замеров (два варианта) и восстановления траектории.

В дальнейшем планируется уделить больше внимания теоретическому обоснованию разработанных алгоритмов.

Литература

- [1] Бедин Д.А., Беляков А.В., Кумков С.И., Пацко В.С., Пятко С.Г., Федотов А.А. Методы и алгоритмы анализа, выделения и отсеивания недостоверных замеров радиолокационной информации. Восстановление траектории движения самолета в горизонтальной плоскости по неточным замерам. 2006, Отчёт по Договору 53/2005. 55 стр.
- [2] Бедин Д.А., Беляков А.В., Кумков С.И., Пацко В.С., Пятко С.Г., Федотов А.А. Методы и алгоритмы анализа, выделения и отсеивания недостоверных замеров радиолокационной информации. Восстановление траектории самолета по зашумленным замерам в движущемся окне. 2006, Отчёт по Договору 53/2005. 27 стр.
- [3] Бедин Д.А., Беляков А.В., Кумков С.И., Пацко В.С., Пятко С.Г., Строков К.В., Федотов А.А. Методы и алгоритмы анализа, выделения и отсеивания недостоверных замеров радиолокационной информации. Программный пакет алгоритмов восстановления траектории самолета по замерам с ошибкой. 2007, Отчёт по Договору 53/2005. 41 стр.
- [4] Бедин Д.А., Беляков А.В., Кумков С.И., Пацко В.С., Пятко С.Г., Строков К.В., Федотов А.А. Разработка алгоритмов и программ обработки и анализа информации в системе УВД. Предварительная фильтрация РЛС замеров движения воздушного судна. 2007, Отчёт по Договору 61/2007. 26 стр.
- [5] Бедин Д.А., Беляков А.В., Кумков С.И., Пацко В.С., Пятко С.Г., Строков К.В., Федотов А.А. Разработка алгоритмов и программ обработки и анализа информации в системе УВД. Восстановление траектории самолёта по неточным замерам его положения. 2007, Отчёт по Договору 61/2007. 26 стр.
- [6] Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973, 300 с.
- [7] Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990, 384 с.