

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ  
(ИММ)

УДК 656.7.052 (075.8)

УТВЕРЖДАЮ

Зам.Директора ИММ УрО РАН

к.ф.-м.н.

В.Е.Пак

“ ” мая 2009 г.

ОТЧЕТ  
О НАУЧНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ РАБОТЕ

Разработка математического обеспечения и программ  
обработки информации для систем УВД  
(Этап 4)

Том 2

Обработка и представление спутниковых  
замеров системы АЗН на ПЭВМ.  
Результаты статистического моделирования  
в задаче восстановления траектории самолёта.

Зав.отделом динамических систем  
доктор физ.-мат.наук

В.Н.Ушаков

Зав.сектором  
кандидат физ.-мат.наук

В.С.Пацко

Екатеринбург — 2009

# Реферат

Отчет 25 страниц, 15 рисунков, 4 источника.

ИНФОРМАЦИЯ АЗН, ИНТЕРВАЛ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ЗАМЕРА, ТРУБКИ ДОПУСТИМЫХ ТРАЕКТОРИЙ, ВИЗУАЛИЗАЦИЯ, РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ НА ПЭВМ

ДВИЖЕНИЕ САМОЛЁТА В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ, НЕТОЧНЫЕ ЗАМЕРЫ, ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ САМОЛЁТА, СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Данный отчёт продолжает исследования отчетов [1], [2], [3], [4].

В первой главе приводится численная реализация на ПЭВМ алгоритмов построения допустимых трубок траекторий, представленных в [1]. Описывается графический интерфейс пользователя. Проведено оценочное моделирование.

Вторая глава посвящена результатам статистического моделирования задачи восстановления траектории самолёта по неточным замерам его положения. Построены графики распределений отклонений расчётных траекторий относительно модельной «истинной».

## Руководители работы

В.С.Пацко  
Зав.сектором  
кандидат физ.-мат.наук

Руководство работой, постановка задач,  
обсуждение результатов моделирования.

С.Г.Пятко  
Доктор техн.наук

Руководство работой со стороны Заказчика,  
требования к алгоритмам.

## Список исполнителей

С.И.Кумков  
Старший научн.сотр.  
кандидат техн.наук

Идея и математическое описание  
алгоритмов построения  
интервальных трубок траекторий  
для замеров АЗН.

А.А.Федотов  
ведущий математик  
кандидат физ.-мат. наук

Программная реализация алгоритмов  
обработки замеров АЗН.  
Разработка программы визуализации.  
Результаты оценочного моделирования.  
Написание главы 1.

Д.А.Бедин  
аспирант

Разработка и реализация алгоритмов  
статистического моделирования  
в задаче восстановления траектории самолёта.  
Написание главы 2.

# Оглавление

Введение	6
<b>1 Обработка и представление спутниковых замеров системы АЗН на ПЭВМ</b>	<b>7</b>
1.1 Постановка задачи . . . . .	7
1.2 Исходные данные, примеры файлов со входной информацией . . . . .	7
1.3 Численная аппроксимация и обработка трубок допустимых траекторий	8
1.3.1 Представление трубок допустимых траекторий . . . . .	8
1.3.2 Построение множеств прогноза . . . . .	8
1.3.3 Построение трубок допустимых траекторий . . . . .	9
1.4 Представление результатов, описание программы . . . . .	10
1.4.1 Состав программы, исходные данные . . . . .	13
1.4.2 Порядок работы / Инструкция пользователя . . . . .	13
1.5 Оценочное моделирование . . . . .	14
<b>2 Статистическое моделирование задачи восстановления траектории самолета</b>	<b>17</b>
2.1 Краткая схема алгоритма восстановления . . . . .	17
2.2 Описание статистического моделирования . . . . .	18
2.3 Результаты статистического моделирования . . . . .	19
<b>Заключение</b>	<b>25</b>
<b>Литература</b>	<b>26</b>

# Введение

Отчёт состоит из двух глав.

Первая глава посвящена реализации на ПЭВМ алгоритмов построения допустимых трубок траекторий, предварительной обработке замеров АЗН, разработке и описанию графической оболочки для удобного представления исходных и расчётных данных по замерам.

Вторая глава посвящена результатам статистического моделирования задачи восстановления траектории самолёта. Алгоритм восстановления был разработан ранее [2], [3], [4]. Для проведения статистического моделирования строится некоторая модельная траектория движения самолёта в горизонтальной плоскости. Выбирается точка расположения радиолокатора на этой плоскости. Оговариваются ошибки радиолокатора по дальности и углу. В дискретные моменты времени, соответствующие такту поступления замеров, отмечаются точки положения самолёта на выбранной траектории и производится формирование замеров. Используется отклонение на случайный вектор с нормальным распределением, коэффициенты которого зависят от точки положения самолёта относительно радиолокатора.

Вдоль каждой реализации замеров (общее число реализации достаточно велико) строится восстанавливаемая траектория. Просчитываются отклонения от модельной «истинной» траектории. Набираются соответствующие статистики (ошибок по дальности, ошибок по углу, ошибок по скорости), производится построение гистограмм.

Работа выполнена по Договору № 62/2008 от 9.07.2008 г. между Институтом математики и механики УрО РАН (Екатеринбург) и ООО «Фирма НИТА» (Санкт-Петербург).

# Глава 1

## Обработка и представление спутниковых замеров системы АЗН на ПЭВМ

### 1.1 Постановка задачи

Цель разработки – численная реализация алгоритмов в соответствии с [1], создание графического интерфейса пользователя и проведение оценочного моделирования.

Для описания траекторного движения наблюдаемого самолета используется следующая стандартная система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{V} &= a, \quad \dot{\theta} = \alpha/V, \quad \dot{\psi} = \beta/V, \\ \dot{x} &= V \cos\theta \cos\psi, \quad \dot{y} = V \sin\theta, \quad \dot{z} = V \cos\theta \sin\psi, \\ a_{\min} &\leq a(t) \leq a_{\max}, \quad \alpha_{\min} \leq \alpha(t) \leq \alpha_{\max}, \quad |\beta(t)| \leq \beta_{\max}, \quad V \geq V_{\min} > 0, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $x$ ,  $z$  и  $y$  – геометрические координаты положения самолета в горизонтальной плоскости  $XOZ$  и по высоте;  $V$  – продольная скорость самолета;  $\theta$  – скоростной угол между вектором скорости и горизонтальной плоскостью;  $\psi$  – путевой угол, угол между проекцией вектора скорости на горизонтальную плоскость и осью  $X$ ;  $a(t)$  – продольное ускорение (управление) самолета;  $\alpha(t)$  – ускорение (управление) по вертикальной координате;  $\beta$  – ускорение (управление) по “боковому каналу”. Текущие управления самолетом и их характер по времени неизвестны, задаются только указанные геометрические ограничения на их величины  $a_{\min} < 0$ ,  $a_{\max} > 0$ ,  $\alpha_{\min} < 0$ ,  $\alpha_{\max} > 0$  и  $\beta_{\max}$ , соответственно;  $V_{\min}$  – практическое ограничение снизу на скорость полета.

### 1.2 Исходные данные, примеры файлов со входной информацией

Необработанные данные замеров хранятся в файлах с расширением “\*.dm”. Каждому такому файлу ставится в соответствие файл “\*.dm.ini”, находящийся в том же каталоге. В него записываются сведения об обработанных выборках замеров, параметры множеств неопределённости, а также принятые для построения траектории константы динамики. Такой файл создается программой автоматически при обработке соответствующего файла “\*.dm”.

При моделировании работы алгоритмов оценивания использовался файл исходных данных с заранее сформированным списком замеров (момент времени замера,

координаты геометрического положения самолета в трехмерном пространстве и соответствующие компоненты скорости).

### 1.3 Численная аппроксимация и обработка трубок допустимых траекторий

#### 1.3.1 Представление трубок допустимых траекторий

Трубки допустимых траекторий, развёрнутые по времени, для каждой из шести фазовых координат рассматриваемой динамической системы представляются при помощи набора фазовых интервалов по времени. В данной работе принято разбиение по времени, близкое к равномерному. При оценочном моделировании использовался шаг, равный 0.1 с. Каждый промежуток между замерами разбивается индивидуально так, как показано на рис. 1.1. Здесь на промежутке между замерами с номерами  $i, i + 1$

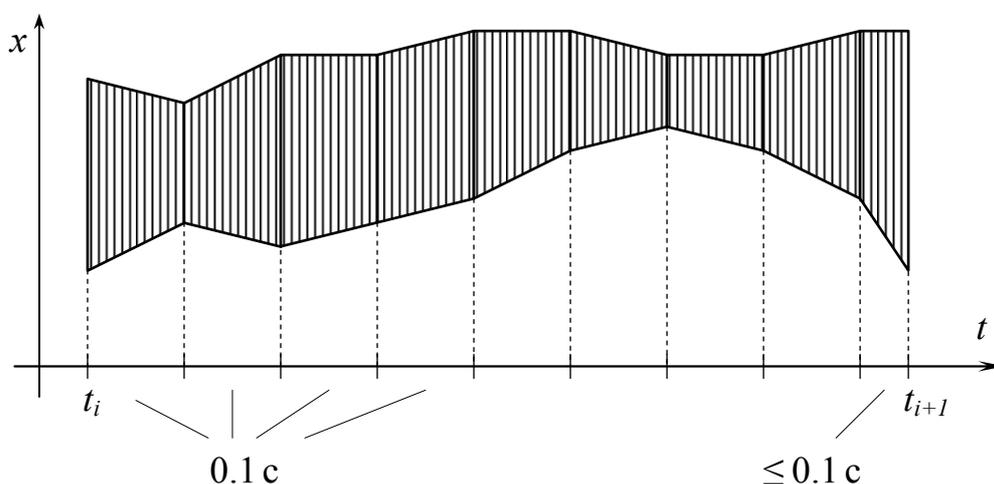


Рис. 1.1: Численное представление трубок траекторий

(вследствие неравномерности поступления замеров по времени) может быть интервал с длительностью меньше номинальной. В целом, при численном построении имеем дело с неравномерной сеткой по времени. Все моменты замеров содержатся в этой сетке.

Эти допущения облегчают дальнейшие расчёты и графическое представление результатов.

Каждая трубка допустимых траекторий по той или иной фазовой координате программно задаётся в виде массива пар максимального и минимального значений координаты по введённой сетке времени. В качестве верхней (нижней) огибающей для трубки рассматривается ломаная линия, проведённая через верхние (нижние) границы интервалов неопределённости. На рис. 1.1 показан соответствующий пример графического описания, трубка допустимых траекторий по фазовой координате  $x$  отмечена вертикальной штриховкой.

#### 1.3.2 Построение множеств прогноза

Порядок интегрирования при построении множеств прогноза следующий.

Шаг интегрирования совпадает с шагом по времени, используемым для представления трубок.

При прогнозировании в прямом времени в качестве множества начальных состояний используется множество неопределённости замера. Напомним, что при этом будет выполняться операция уточнения множества допустимых состояний на основе прогнозируемого интервала и интервала неопределённости очередного замера.

В случае его уточнения именно оно используется в качестве начального для дальнейшего прогноза вперёд (в прямом времени).

При прогнозировании в обратном времени используются полученные интервалы, которые, в свою очередь, также могут уточняться.

### 1.3.3 Построение трубок допустимых траекторий

По каждой из шести фазовых координат построение ведётся индивидуально в особой последовательности в соответствии с [1]. Сначала выполняются расчёты трубки фазовой координаты  $V$ . Далее, с учётом этой трубки, рассчитываются трубки скоростного и путевого углов. Затем по трубке скорости и трубке скоростного угла вычисляется трубка допустимых траекторий вертикальной координаты. В последнюю очередь, на основе трубок скорости, скоростного и путевого углов рассчитываются трубки координат  $X$  и  $Z$  на горизонтальной плоскости.

Таким образом, вместе с интервальной *box*-оценкой текущего множества допустимых фазовых состояний  $BC$ , строится и полное описание допустимых траекторий его движений.

## 1.4 Представление результатов, описание программы

Разработана общая расчетная программа, объединяющая численную реализацию алгоритмов построения трубок траекторий, описанных в [1], и графическую оболочку с пользовательским интерфейсом. При этом использовались стандартные программные средства, предоставляемые средой разработки программ IDE Borland Delphi'5 в ОС Windows'XP Prof.

Общий вид пользовательского интерфейса программы и её основные функциональные возможности показаны на рис. 1.2.

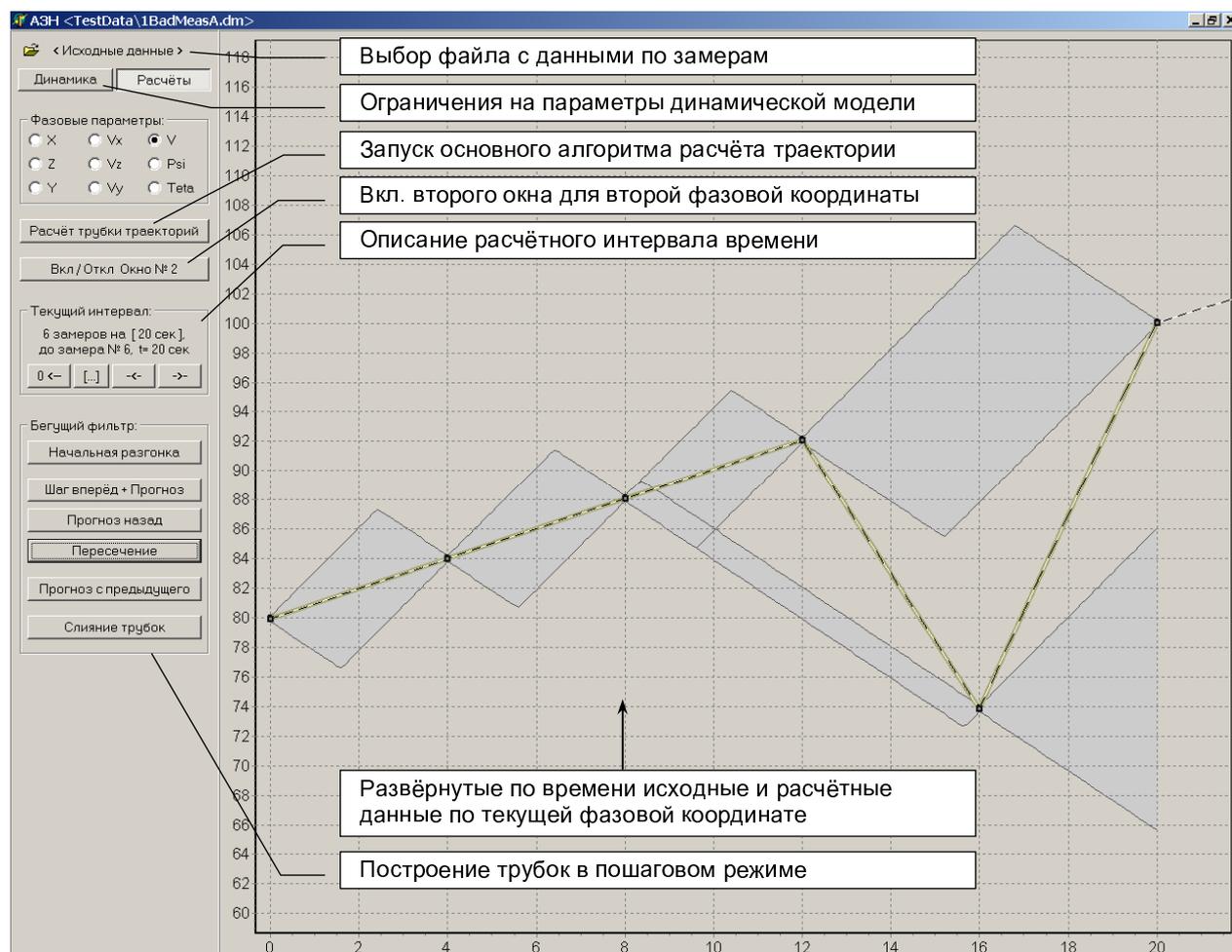


Рис. 1.2: Общий вид программы

В правой части основного окна программы находится визуализационная область, в которой отображаются текущие обрабатываемые замеры из выбранного файла и расчётные трубки допустимых траекторий (отмечены серой заливкой) по выбранной на вкладке слева фазовой координате. Кроме того, замеры из числа допустимых соединены в хронологическом порядке ломаной линией (треком), который изображается при помощи чёрно-белого пунктира. Сами же замеры отмечены чёрными квадратиками. Слева в основном окне программы выделена панель управления, содержащая две вкладки – “Динамика” и “Расчёты”, дополнительно вверху панели расположена кнопка выбора файла с исходными данными замеров.

На вкладке “Динамика” сосредоточены поля, в которых задаются ограничения динамики модельной системы, а именно: максимальное и минимальное продольное, вертикальное и боковое ускорения. На рис. 1.3 показан вид этой вкладки.



Рис. 1.3: Управляющая вкладка с параметрами динамики

На вкладке “Расчёты” панели управления программы размещены следующие контрольные элементы (по порядку, сверху вниз, см. рис. 1.2):

– *переключатель* текущего фазового параметра. Содержит помимо шести фазовых параметров ( $X, Z, Y, V, \psi, \theta$ ), используемых в описании модельной динамики, три дополнительных параметра – компоненты вектора скорости по геометрическим осям ( $V_x, V_z, V_y$ ). При выборе этих параметров в качестве текущих есть возможность просмотра только величин замеров во времени. Алгоритмы построения трубок для этого случая не запускаются. По умолчанию при запуске программы в качестве текущего фазового параметра выбирается величина вектора скорости  $V$ ;

– *кнопка* [Расчёт трубки траекторий]. Запускает расчёт трубки траекторий для текущей фазовой координаты в пакетном режиме, т.е. целиком по всем замерам, начиная с первого и без пошаговых запросов пользователю. В этом режиме в демонстрационных целях сохранён пошаговый вывод результатов вычислений с трубками допустимых траекторий на экран в процессе расчётов. Вследствие чего, в силу возможной задержки по времени, не рекомендуется использовать данный режим расчётов для исходных данных с большим ( $>100$ ) количеством замеров. Кроме того, в расчётах необходимо строго придерживаться очерёдности по фазовым координатам, в соответствии с порядком интегрирования. Т.е., всегда в первую очередь рассчитывается фазовая координата  $V$ , затем  $\theta$ , далее могут быть рассчитаны независимо друг от друга координаты  $\psi$  и  $Y$ , геометрические координаты  $X, Z$  могут быть рассчитаны лишь в последнюю очередь;

– *кнопка* [Вкл / Откл Окно № 2]. При помощи данной кнопки есть возможность разделить визуализационную область программы на две, как показано на рис. 1.4. При этом во втором окне первоначально дублируется информация текущей фазовой координаты (один к одному). После чего в первом окне можно разместить другую фазовую координату, задав её в качестве текущей. Все расчётные алгоритмы работают с текущей фазовой координатой, которая отображается в окне № 1. Окно № 2, таким об-

разом, выполняет роль “буфера”, где можно разместить промежуточные результаты. В целом, такой способ деления визуализационной области программы позволяет отображать результаты моделирования одновременно по любой паре фазовых координат. На рис. 1.4 представлены результаты численных построений по исходным данным из

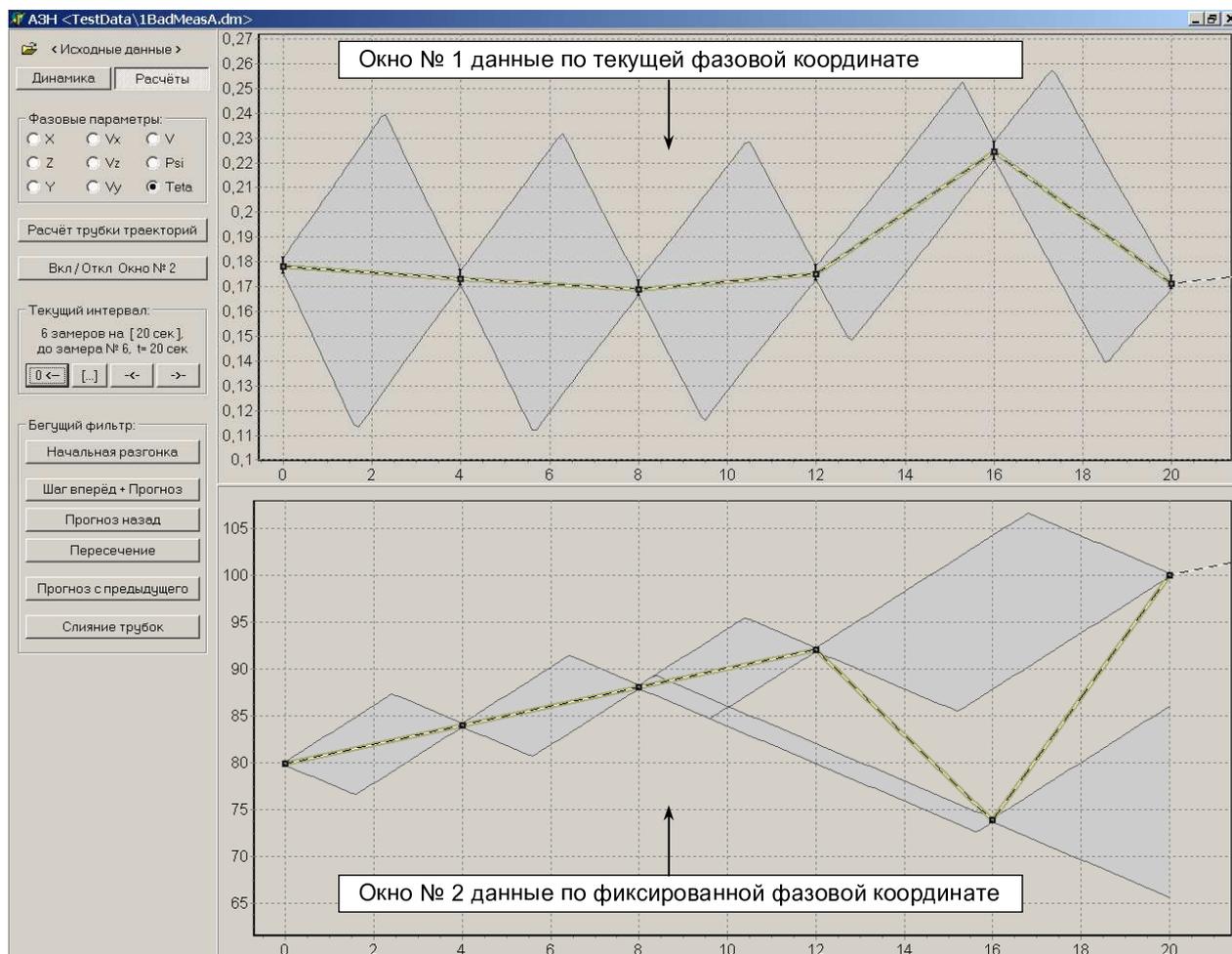


Рис. 1.4: Разделение окна исходных/расчётных данных на две части

файла <1BadMeasA.dm> для двух фазовых координат  $V$  (окно № 2) и  $\theta$  (окно № 1);

- *область* параметров текущего временного окна. Интервал времени имеет фиксированную длину, поэтому в его описании содержится помимо длительности и времени начала ещё и количество замеров по текущему расчётному интервалу времени. Кнопки [-<-], [->-] смещают положение окна по времени в ручном режиме влево на замер или, соответственно, вправо на замер. Кнопка [0<-] перемещает временной интервал в “нулевое” положение, к первому замеру. В данной программной реализации длительность временного интервала, используемого в расчётах, зафиксирована для простоты на уровне 20 с. При визуализации расчётный интервал отображается жирной линией тёмно-серого цвета вдоль трека, как показано на рис. 1.2 и рис. 1.4;
- *область* управления пошаговым расчётом трубок допустимых траекторий. Данные кнопки, запускающие отдельные процедуры работы алгоритмов обработки замеров, приведены в демонстрационных целях для просмотра и анализа промежуточных результатов построений. Для получения конечного результата ими пользоваться не обязательно, достаточно использовать описанный выше пакетный режим работы.

### 1.4.1 Состав программы, исходные данные

Программа состоит из главного исполняемого файла <FiltrAZNProj.exe> и набора модельных файлов с исходными данными, которые находятся в подкаталоге <TestData/\*.\*>. При работе программы также автоматически в каталоге с программой создаётся файл <FiltrAZNProj.ini>, в котором хранятся настройки программы. При успешной обработке какого-либо файла замеров, вызываемой по кнопке [<Исходные данные>], данный файл запоминается и вызывается автоматически при следующем запуске программы.

Содержимое вкладки “Динамика” (ограничения на параметры используемой модели движения) можно корректировать в допустимых пределах перед запуском основной счётной программы. При перезапуске программы ограничения на динамику системы возвращаются к исходным значениям, задаваемым программно. Значения ограничений, принятые по умолчанию, показаны на рис. 1.3.

### 1.4.2 Порядок работы / Инструкция пользователя

Порядок работы с программой построения трубок допустимых траекторий с целью обработки файла с набором замеров АЗН состоит из следующих пунктов:

1) загрузка файла с исходными данными, данный пункт достаточно выполнить один раз;

2) перейти на вкладку “Динамика” в панели управления программы и задать ограничения на модельную динамику движения ВС в случае, если представленные там параметры по умолчанию не подходят;

3) переключиться обратно на вкладку “Расчёты”, выполнить в пакетном режиме расчёт трубки допустимых траекторий по фазовой координате  $V$ . Для этого нужно выбрать координату  $V$  в качестве текущей, затем нажать кнопку [Расчёт трубки траекторий] и дождаться завершения расчётного процесса. Далее указанные действия нужно повторить для фазовых координат  $\theta$ ,  $\psi$ ,  $Y$ ,  $X$ ,  $Z$  в данной последовательности.

4) сохранение результатов в графический файл в формате <\*.emf> из визуализационного окна осуществляется при необходимости двойным щелчком мыши на надписи “Бегущий фильтр”.

## 1.5 Оценочное моделирование

Для демонстрации работы алгоритмов формирования интервальных оценок траекторных параметров движения самолёта по фазовым замерам с искажениями была разработана расчётная программа, использующая в качестве исходных данных по замерам текстовый файл с заранее сформированным списком числовых параметров по замерам, состоящим из времени замера, координат геометрического положения в трёхмерном пространстве и соответствующих компонент скорости.

В модели динамики движения ВС (1.1) использовались следующие параметры:

$$\begin{aligned} V &\in [V_{\min}, V_{\max}] = [30 \text{ м/с}, 330 \text{ м/с}]; \\ a &\in [a_{\min}, a_{\max}] = [-2 \text{ м/с}^2, +3 \text{ м/с}^2]; \\ \alpha &\in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}] = [-3 \text{ м/с}^2, +2 \text{ м/с}^2]; \\ \beta &\in [\beta_{\min}, \beta_{\max}] = [-3 \text{ м/с}^2, +3 \text{ м/с}^2]. \end{aligned}$$

Приняты следующие интервальные ограничения на ошибки замеров по фазовым координатам:

$$\begin{aligned} x, z &\in [-30 \text{ м/с}, +30 \text{ м/с}]; \\ y &\in [-50 \text{ м/с}, +50 \text{ м/с}]; \quad (*) \\ V_x, V_z &\in [-0.15 \text{ м/с}, +0.15 \text{ м/с}]; \\ V_y &\in [-0.25 \text{ м/с}, +0.25 \text{ м/с}]. \end{aligned}$$

В работе использовалось преобразование замеров компонент скорости  $V_x, V_z, V_y$  для получения косвенных замеров величины скорости, путевого и скоростного углов  $V, \psi, \theta$ . Аналогично интервалы неопределённости  $[V_x], [V_z], [V_y]$  по компонентам скорости преобразовывались в интервалы неопределённости  $[V], [\psi], [\theta]$  по фазовым переменным, используемым в описании динамики. Длины получающихся в итоге интервалов неопределённости в силу нелинейности преобразования координат оказываются переменными.

При численном моделировании использовалась небольшая выборка из шести замеров с произвольным шагом поступления замеров в диапазоне 1–2 с. Численные значения замеров также формируются при помощи датчика случайных чисел (равномерная зашумлённость) из соответствующих интервалов (\*) неопределённостей по фазовым координатам.

В качестве “истинной” траектории, относительно которой моделировались замеры, было взято равномерное прямолинейное движение в горизонтальной плоскости со скоростью  $V \sim 141.4 \text{ м/с}$  (скорость полета среднего самолета).

На рис. 1.5 и 1.6 показаны результаты обработки выборок замеров по фазовым координатам  $V$  и  $\theta$ . Обработка выборки канала  $\theta$  выполнялась после обработки канала скорости  $V$ . Шаг интегрирования системы дифференциальных уравнений с модельной динамикой был взят равным 0.1 с. Выборки по скорости и скоростному углу моделировались сильно совместными. Вертикальными отрезками отмечены интервалы неопределённости замеров и совпадающие с ними результирующие информационные интервалы. Трубки допустимых траекторий  $Tb(V, n, n + 1)$  и  $Tb(\theta, n, n + 1)$  отмечены серой заливкой. Жирными сплошными ломаными линиями отмечены допустимые траектории, проходящие через точки замеров. Как отмечалось ранее, динамика по фазовым координатам  $V$  и  $\theta$ , на которые управления действуют непосредственно, активна. Это выражается характерной формой трубок траекторий в виде набора ромбообразных множеств, ширина которых значительно больше размера интервалов неопределённости замеров.

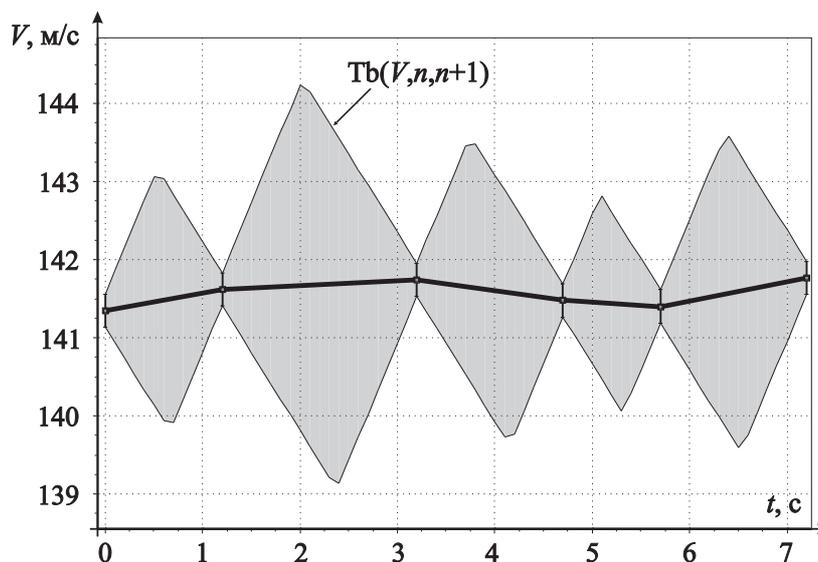


Рис. 1.5: Обработка выборки замеров скорости

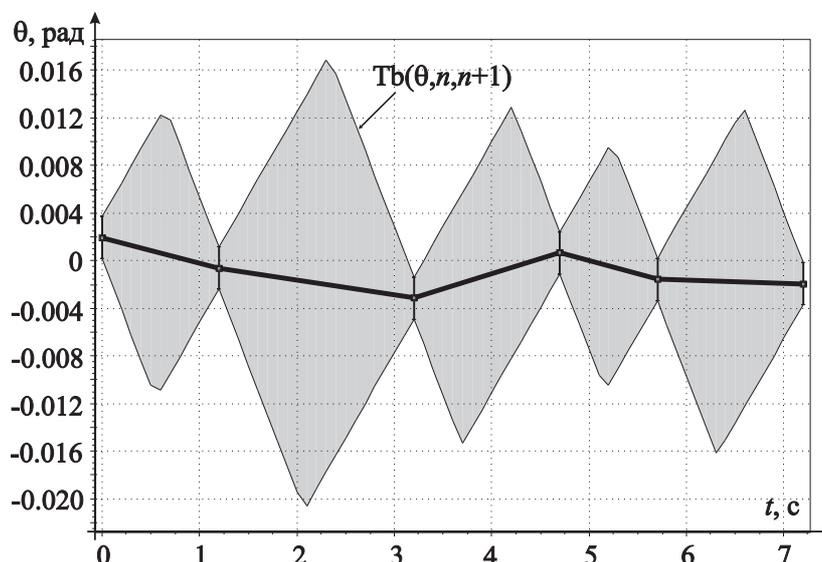


Рис. 1.6: Обработка выборки замеров скоростного угла

Результаты обработки выборки замеров вертикальной координаты в варианте слабой совместности выборки в целом представлены на рис. 1.7. Здесь жирными вертикальными отрезками отмечены результирующие информационные интервалы замеров; тонкими вертикальными отрезками показаны отсеженные части исходных интервалов неопределенности замеров; трубки допустимых траекторий по этой координате отмечены серой заливкой; стрелки вдоль границ трубок допустимых траекторий поясняют процессы прогнозирования и отсежения частей ИНЗ при вычислениях информационных интервалов методом “вперед–назад”. Жирной сплошной ломаной линией отмечена траектория, соединяющая замеры. Эта траектория недопустима.

Результаты обработки выборки замеров вертикальной координаты  $y$  в варианте несовместности выборки в целом представлены на рис. 1.8 (здесь обозначения те же, что и на рис. 1.7). Замеры 1, 3 – 6 образуют слабо совместную подвыборку  $Rg_1$ . Вторым замером был выделен в качестве начального для новой подвыборки  $Rg_2$  с начальным информационным интервалом  $I_{нач}^{y,2}$  равным ИНЗ  $H_2^y$  этого замера. Однако на дальнейших шагах прогнозирования (интервалы  $G_{2,3}^y$ ,  $G_{2,4}^y$  и  $G_{2,5}^y$ , вертикальные штрихпунктирные отрезки) от граничных точек этого интервала (тонкие наклонные сплош-

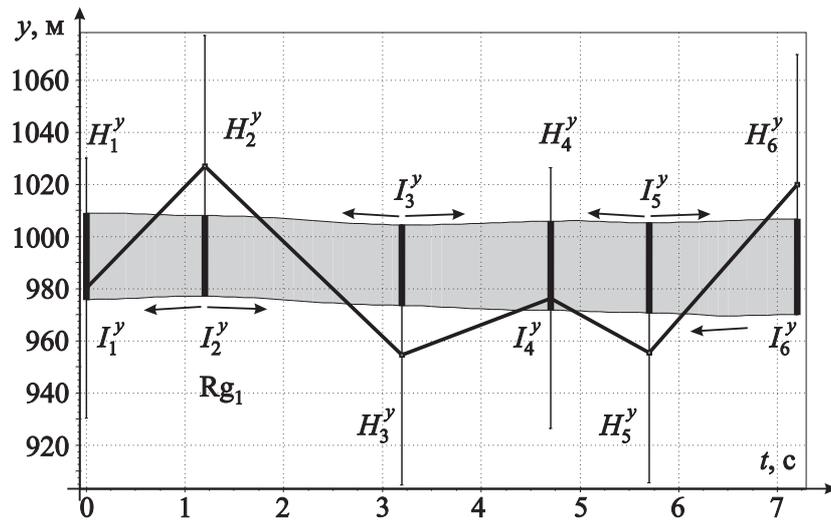


Рис. 1.7: Обработка выборки замеров вертикальной координаты; слабая совместность выборки в целом

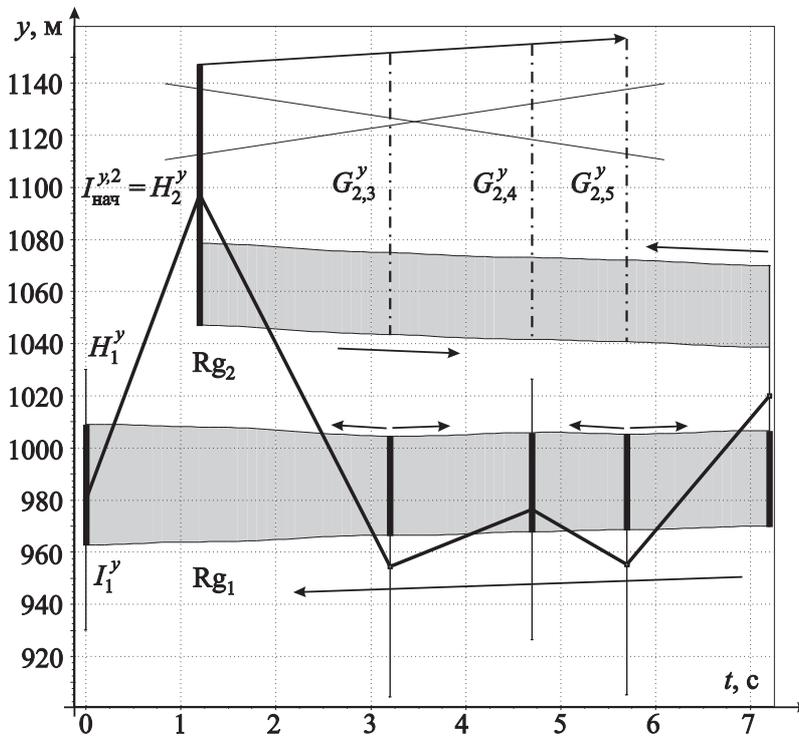


Рис. 1.8: Обработка выборки замеров вертикальной координаты; несовместность выборки в целом

ные стрелки) показывает, что три замера подряд (номеров 3, 4 и 5) не включаются в эту ложную подвыборку  $Rg_2$ . Данная подвыборка оказывается непродолжимой и исключается (на рис. 1.8 условно зачеркнута) из дальнейшего анализа. Если бы данный критерий непродолжимости не использовался, то подвыборка  $Rg_2$  была бы продолжена до шестого замера. Как и на рис. 1.7, жирной сплошной ломаной линией отмечена траектория, соединяющая замеры. Эта траектория недопустима.

## Глава 2

# Статистическое моделирование задачи восстановления траектории самолета

Описываются результаты оценивания алгоритма восстановления траектории самолета, полученные при помощи статистического моделирования.

Используемая в настоящее время версия алгоритма восстановления траектории самолета представлена в отчётах [3], [4]. Предполагается, что положение самолета измеряется радиолокатором с некоторым шагом по времени. Радиолокатор производит измерения дальности и азимута, отметки замеров выставляются на плоскости  $XOZ$  горизонтальных координат. Считается, что ошибка замера относительно истинного положения самолета имеет на плоскости  $XOZ$  вероятностный закон распределения, близкий к двумерному нормальному закону. Возможны пропуски замеров.

По известному замеру можно построить множество неопределенности — множество возможных положений самолета, совместных с замером. Нахождение в множестве неопределенности имеет вероятность близкую к единице. С множеством неопределенности связано вероятностное распределение положения самолета относительно замера, оно также предполагается близким к нормальному. В структуре множества неопределенности и связанного с ним вероятностного распределения можно учесть неизвестную высоту [2].

Основная цель алгоритма — восстановление траектории, близкой к неизвестной истинной траектории самолета в горизонтальной плоскости с учетом множеств неопределенности и связанных с ними распределений.

### 2.1 Краткая схема алгоритма восстановления

Алгоритм восстановления траектории опирается на предположения о динамике самолета. Для эффективной работы алгоритма и простоты аналитических выкладок была выбрана упрощенная модельная динамика движения самолета в горизонтальной плоскости. Возможности управления связаны с выбором продольного и бокового ускорений. Модельное описание динамики имеет вид

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \cos \psi, \\ \dot{z} &= v \sin \psi, \\ \dot{\psi} &= u/v, \\ \dot{v} &= w.\end{aligned}\tag{2.1}$$

Здесь  $x, z$  — координаты положения на плоскости;  $\psi$  — путевой угол, угол направления вектора скорости в горизонтальной плоскости, отсчитываемый по часовой стрелке от

вертикальной оси  $x$ ;  $v$  – величина скорости;  $u$  – боковое ускорение;  $w$  – продольное ускорение. Считаем, что на величину скорости наложено ограничение

$$v_{\max} \geq v \geq v_{\min} > 0 .$$

Управления  $u, w$  стеснены соотношениями

$$u \in [u_{\min}, u_{\max}], \quad w \in [w_{\min}, w_{\max}] .$$

При этом

$$u_{\min} = -u_{\max}, \quad u_{\max} > 0, \quad w_{\min} < 0 < w_{\max} .$$

Для восстановления траектории применяется идеология окон. Каждое окно содержит оговоренное число моментов замеров. Используя соответствующие множества неопределенности, строим при помощи постоянных управлений  $u, w$  траекторию в первом окне. Далее окно сдвигается на некоторый промежуток времени вправо. Начальная часть траектории в первом окне до момента начала следующего окна считается окончательной, т.е. в дальнейшем не пересчитывается. Во втором окне строится новая траектория. Осуществляется непрерывная стыковка уже построенного участка и новой траектории. Затем происходит переход к третьему окну и т. д. Длина окна является параметром алгоритма, величина сдвига окна может регулироваться.

Внутри окна постоянные управления выбираются путем оптимизации критерия вида суммы квадратичных форм. Каждая квадратичная форма относится к своему моменту замера и зависит от вектора отклонения точки на пробной траектории от замера. Коэффициенты зависят от характеристик точности радиолокатора. Оптимизация ведется путем выбора начального приближения на постоянные управления  $u, w$  и последующей процедуры коррекции.

## 2.2 Описание статистического моделирования

Для исследования того, насколько восстановленная траектория близка к истинной, было проведено статистическое тестирование разработанного алгоритма на модельных примерах.

«Истинная» траектория строилась на плоскости  $x, z$  как траектория системы (2.1) при заданных управлениях  $u(t), w(t)$ , которые подбирались так, чтобы на траектории было несколько поворотов и участков с заметным изменением величины скорости.

Выбиралась точка расположения радиолокатора. Такт поступления замеров соответствовал радиолокатору кругового обзора.

Вектор ошибки измерения добавлялся к истинному положению модельной системы. Использовалось нормальное распределение вектора ошибки на плоскости  $x, z$ . При этом обеспечивалось, чтобы множества уровня функции плотности вероятности представляли собой эллипсы, подобные множествам неопределенности радиолокатора и одинаково с ними ориентированные. Среднеквадратические отклонения, соответствующие главным осям эллипсов, подбирались так, чтобы множеству неопределенности соответствовал эллипс с вероятностью 0.99 нахождения внутри него. Таким образом, при помощи датчика случайных чисел строились реализации замеров.

Для каждой реализации прорабатывал алгоритм восстановления. В моменты замеров просчитывались расстояния от радиолокатора до истинного положения модельной системы и до положения на восстановленной траектории. Вычислялась разность

— рассогласование по дальности. Также просчитывался угол между направлением от радиолокатора на истинную точку и направлением на точку восстановленной траектории — рассогласование по углу. Кроме того, проводился расчет векторов-разностей по скорости между истинной и восстановленной траекториями для всех моментов замеров.

По полученным данным для каждой реализации формировались эмпирические функции распределения следующих величин: модуля рассогласования по дальности, модуля рассогласования по углу и евклидовой нормы отклонения по скорости. Соответственно уровню 0.95 эмпирической функции распределения получали значения  $\xi_r$ ,  $\xi_\psi$ ,  $\xi_v$  этих величин. Дополнительно строились эмпирические средние рассогласований по дальности и углу, а также отклонения по скорости, вычислялись их модули  $\bar{\xi}_r$ ,  $\bar{\xi}_\psi$ ,  $\bar{\xi}_v$ . Задав общее количество реализаций, строили эмпирические функции распределения шести указанных величин.

## 2.3 Результаты статистического моделирования

Представим результаты для модельной траектории, показанной на рис. 2.1. Отметки замеров обозначены квадратиками. Эллипсы — множества неопределенности. Радиолокатор расположен в точке  $(0, 0)$ . Точность радиолокатора по дальности  $\varepsilon_r = 500$  м, по углу  $\varepsilon_\psi = 1.5^\circ$ . Продолжительность траектории 2200 с. Такт поступления замеров 20 с. При формировании траектории ограничения на управления и величину скорости были взяты в виде

$$u \in [-20, 20] \text{ м/с}^2, \quad w \in [-2, 3] \text{ м/с}^2, \quad v \in [30, 330] \text{ м/с}.$$

Такие же ограничения в системе (2.1) были приняты для алгоритма восстановления траектории. Длина окна в алгоритме восстановления была равной 3.

Эмпирические функции распределения построены по 100 реализациям.

На рис. 2.2 показаны функции распределения  $P(\xi_r)$ ,  $P(\bar{\xi}_r)$ , характеризующие практически гарантированное значение модуля отклонения по дальности и модуля среднего значения отклонения по дальности.

Аналогичные функции распределения  $P(\xi_\psi)$ ,  $P(\bar{\xi}_\psi)$  по углу даны на рис. 2.4.

На рис. 2.6 представлены эмпирические функции распределения  $P(\xi_v)$ ,  $P(\bar{\xi}_v)$  для отклонения по скорости.

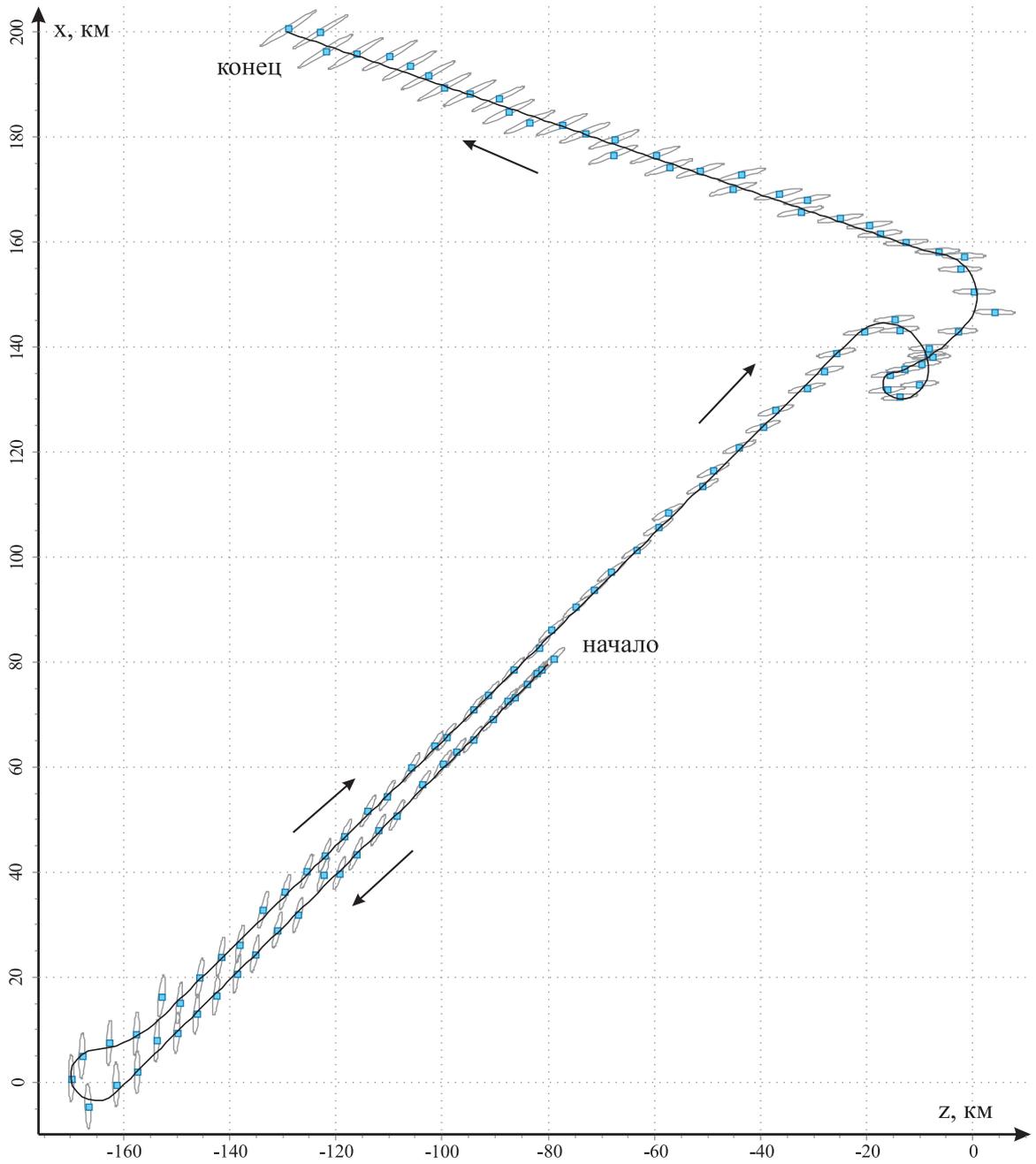


Рис. 2.1: Модельная траектория. Отметки замеров, множества неопределенности

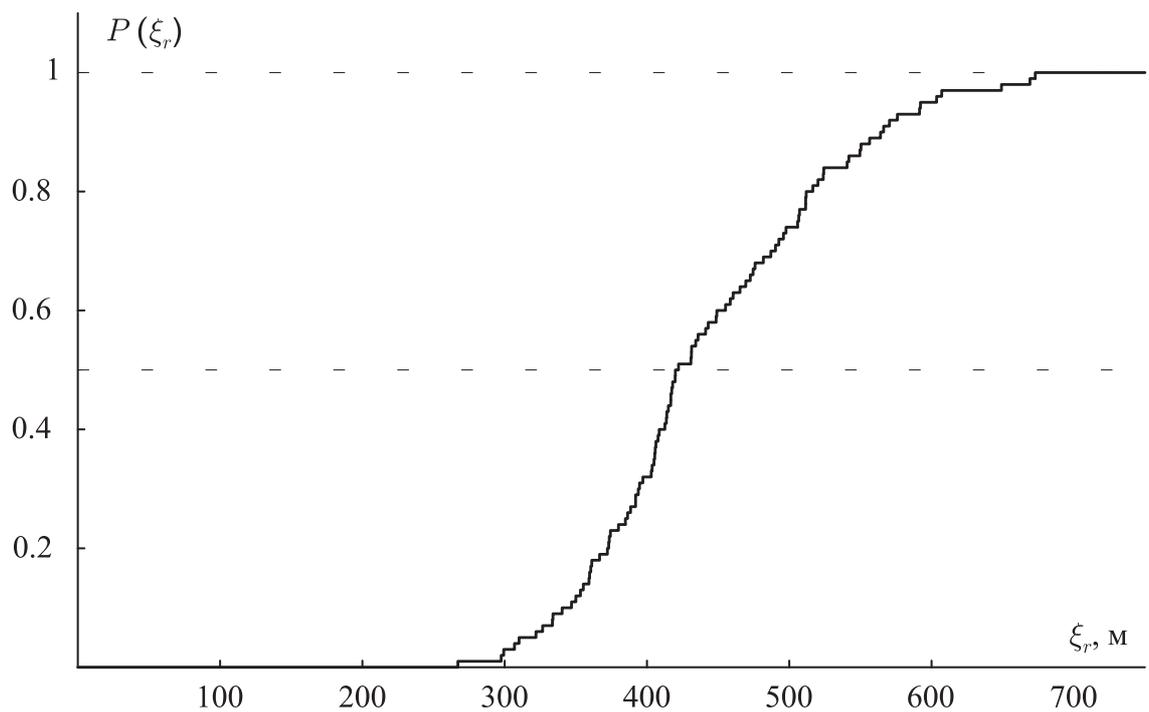


Рис. 2.2: Функция распределения  $P(\xi_r)$  практически гарантированного модуля ошибки  $\xi_r$  по дальности

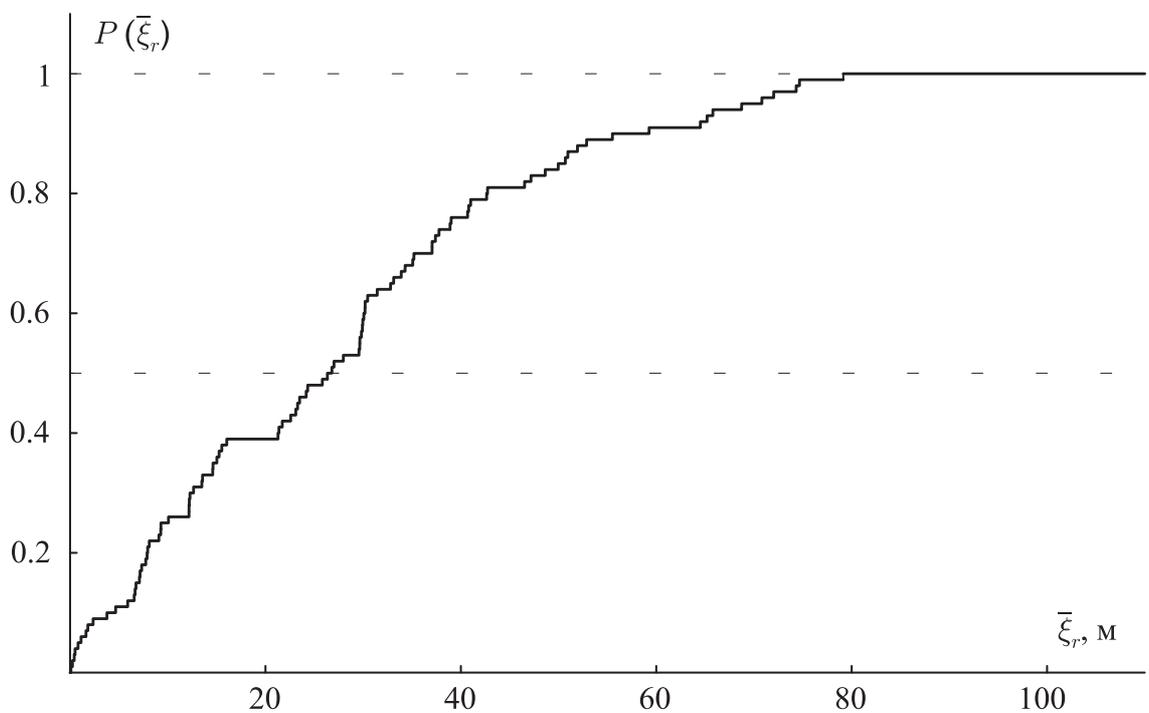


Рис. 2.3: Функция распределения  $P(\bar{\xi}_r)$  модуля эмпирического среднего  $\bar{\xi}_r$  по дальности

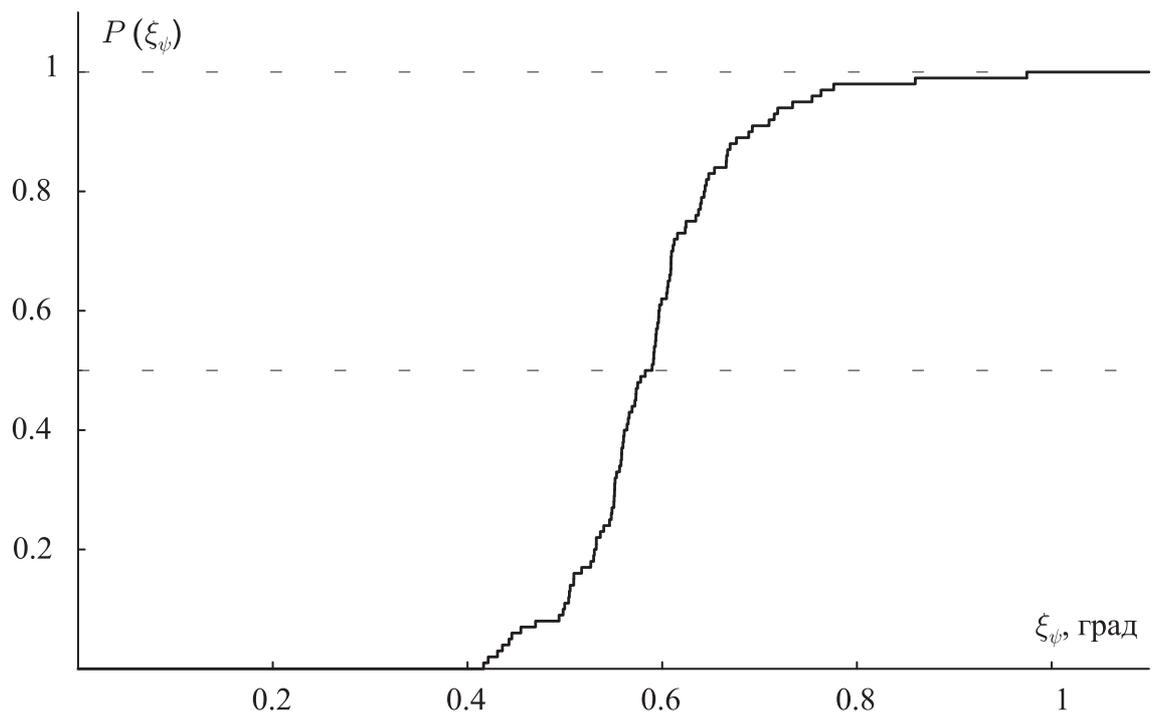


Рис. 2.4: Функция распределения  $P(\xi_\psi)$  практически гарантированного модуля угловой ошибки  $\xi_\psi$  по азимуту

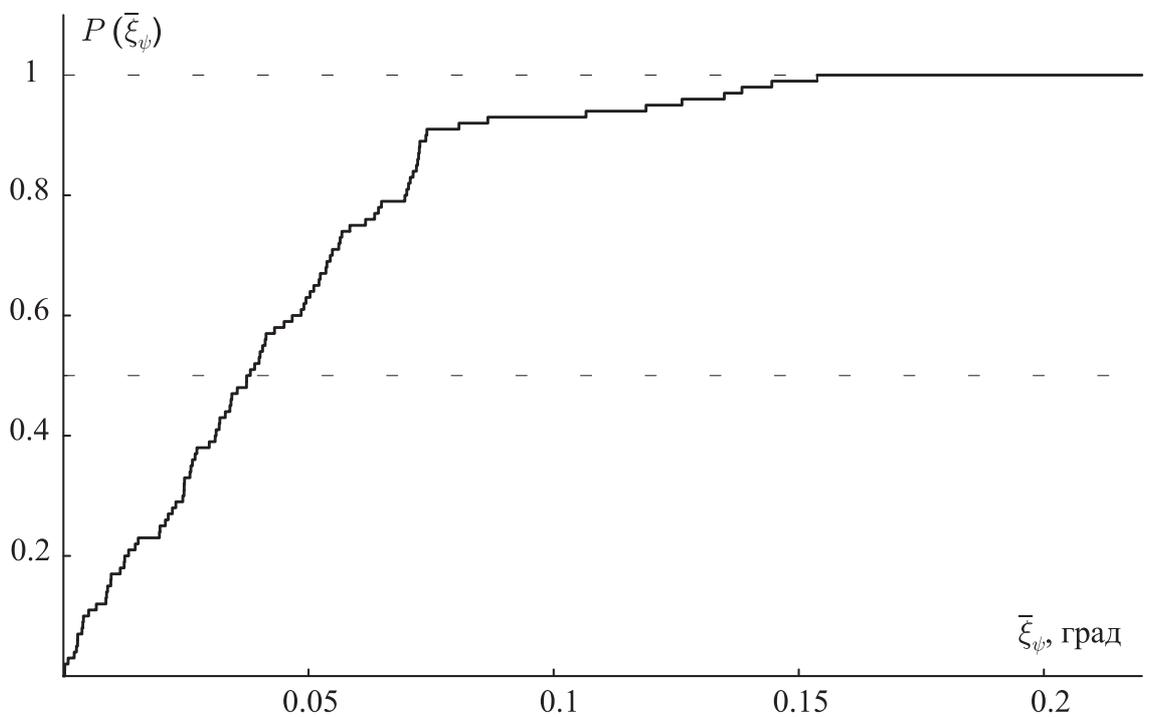


Рис. 2.5: Функция распределения  $P(\bar{\xi}_\psi)$  модуля эмпирического среднего угловой ошибки  $\bar{\xi}_\psi$  по азимуту

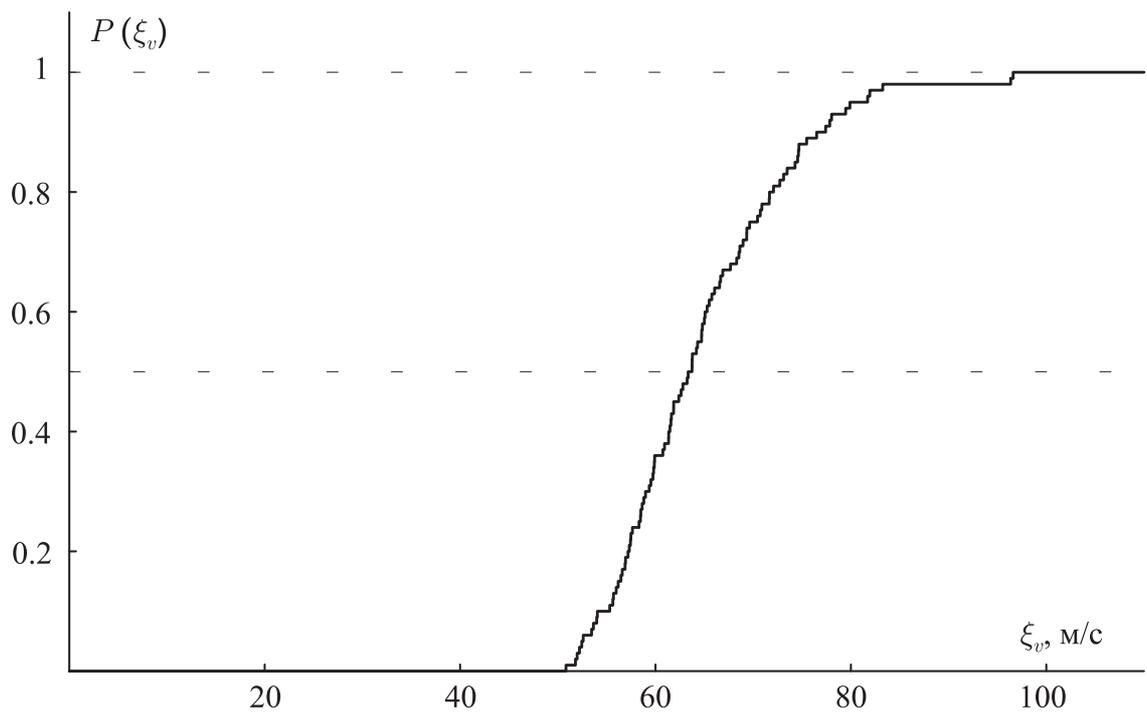


Рис. 2.6: Функция распределения  $P(\xi_v)$  практически гарантированной евклидовой нормы отклонения  $\xi_v$  векторов скорости

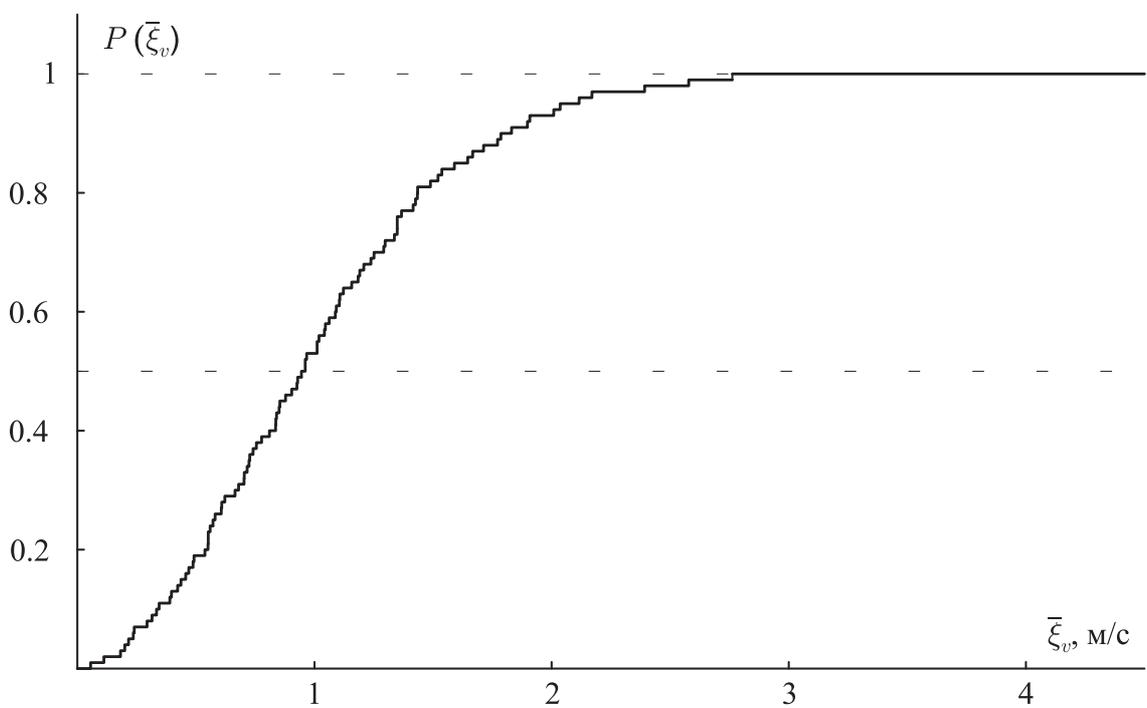


Рис. 2.7: Функция распределения  $P(\bar{\xi}_v)$  евклидовой нормы эмпирического среднего отклонения  $\bar{\xi}_v$  векторов скорости

График на рис. 2.2 показывает, что практически максимальное отличие по дальности восстанавливаемой траектории от «истинной» не превышает 600 м, хотя используемая модель ошибок по дальности допускает отклонения до 1000 м. Гистограмма, относящаяся к эмпирическому среднему отклонения по дальности (рис. 2.3), показывает его малую величину (практически не превышает 90 м).

Рис. 2.4 показывает, что практически максимальное отклонение по углу не превышает 0.8 град, хотя потенциально оно могло быть до 3 град. Эмпирическое среднее по углу не превышает 0.15 град, рис. 2.5.

Практически максимальная ошибка восстановления по скорости не превышает 85 м/с (рис. 2.6), а эмпирическое среднее по скорости 2.5 м/с (рис. 2.7).

## Заключение

Разработана численная реализация на ПЭВМ алгоритмов построения допустимых трубок траекторий фазовых координат на основе зашумлённых и искаженных замеров системы АЗН. Трубки строятся для геометрических координат положения ВС, модуля скорости, скоростного и путевого углов. Описывается графический интерфейс пользователя. Проведено оценочное моделирование, которое подтвердило работоспособность разработанных алгоритмов.

Приведены результаты статистического моделирования для задачи восстановления траектории самолёта по неточным замерам его положения в процессе движения.

На следующих этапах работы целесообразно провести отладку алгоритмов первой главы на реальной радиолокационной и АЗН информации и исследовать возможность оценивания ненаблюдаемых переменных – ускорений в каналах управления движением ВС.

## Литература

- [1] *Кумков С.И., Пацко Н.С.* Уточнение оценивая координат положения судна по его замерам системы АЗН. Отчет по научно–экспериментальной работе “Разработка математического обеспечения и программ обработки информации для систем УВД” по Договору №62/2008, Том 1, 26 стр.
- [2] *Бедин Д.А., Беляков А.В., Кумков С.И., Пацко В.С., Пятко С.Г., Строков К.В., Федотов А.А.* Методы и алгоритмы анализа, выделения и отсеивания недостоверных замеров радиолокационной информации. Программный пакет алгоритмов восстановления траектории самолета по замерам с ошибкой. 2007, Отчёт по Договору 53/2005. 41 стр.
- [3] *Бедин Д.А., Беляков А.В., Кумков С.И., Пацко В.С., Пятко С.Г., Строков К.В., Федотов А.А.* Разработка алгоритмов и программ обработки и анализа информации в системе УВД. Восстановление траектории самолёта по неточным замерам его положения. 2008, Отчёт по Договору 61/2007. 26 стр.
- [4] *Бедин Д.А., Беляков А.В., Кумков С.И., Пацко В.С., Пятко С.Г., Строков К.В., Федотов А.А.* Разработка алгоритмов и программ обработки и анализа информации в системе УВД. Пакет алгоритмов для задачи восстановления траектории самолёта. 2008, Отчёт по Договору 61/2007. 51 стр.