

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ
И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЙ**

Труды 46-й Международной молодежной школы-конференции,
25 — 31 января 2015 г.

ЕКАТЕРИНБУРГ
2015

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЙ: труды 46-й Международной молодежной школы-конференции. Екатеринбург: Институт математики и механики УрО РАН, 2015.

Настоящее издание включает труды 46-й Международной молодежной школы-конференции, прошедшей с 25 по 31 января 2015 года в г. Екатеринбурге.

Представлены работы по следующим направлениям: алгебра и дискретная математика, математическая теория оптимального управления и дифференциальные игры, топология и геометрия, компьютерные науки и информационная безопасность, приближение функций, математическое программирование, некорректные задачи и анализ данных, техническое зрение, робототехника, параллельные и распределенные вычисления, функциональный анализ и уравнения в частных производных, математическое моделирование и численные методы. Сборник представляет интерес для специалистов по указанным областям науки.

Конференция проведена при финансовой поддержке Фонда «Династия» (грант SS14-54).

Ответственный редактор
чл.-корр. РАН А.А. Махнев.

Рецензенты:

чл.-корр. РАН А.А. Махнев, д.ф.-м.н. Е.Н. Акимова, к.ф.-м.н. П.Ю. Глазырина, д.ф.-м.н. А.Р. Данилин, к.ф.-м.н. В.Б. Костоусов, д.ф.-м.н. Н.Ю. Лукоянов, Д.С. Перевалов, к.ф.-м.н. М.Ф. Прохорова, к.т.н. А.В. Созыкин, д.ф.-м.н. С.С. Титов, д.ф.-м.н. М.Ю. Хачай.

Ответственные за выпуск:

Л.В. Камнева, А.С. Родин, М.С. Кошелева, С.Ф. Правдин.

- [12] *Благодатских А.И.* О мягком убегании группы скоординированных убегающих // Прикладная математика и механика. 2005. Т. 69, № 6. С. 993–1002.
- [13] *Благодатских А.И.* Мягкое убегание жестко скоординированных убегающих в нелинейной задаче группового преследования// Вестник Удмуртского ун-та. Серия Математика. Механика. Компьютерные науки. 2014. № 4. С. 3–17.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МНОГОВЕЕРНОЙ СХЕМЫ ПРИ СЛИЯНИИ ПОТОКОВ САМОЛЁТОВ

Овчинников М.М., Кумков С.И.¹

Организация слияния потоков самолётов. Данная работа посвящена разработке и исследованию алгоритмов управления самолётами для бесконфликтного слияния их потоков перед заходом на посадку применительно к разрабатываемым в настоящее время [1, 2] веерным схемам слияния. Цель работы — практическое внедрение алгоритмов в системы управления воздушным движением [2, 3]. Бесконфликтное слияние понимается как обеспечение заданного безопасного расстояния между последовательными самолётами путём задержки по времени последующего самолёта относительно предыдущего.

В настоящее время на практике УВД используется схема задержки типа «тромбон» (рис. 1а, овальные траектории). Данная схема применяется благодаря простоте её реализации. Но главными её недостатками являются ограниченность снизу времени задержки величиной времени полного разворота самолётов и затруднительность гарантии минимальности времени задержки судов при безусловном обеспечении бесконфликтности.

Указанных недостатков лишены «веерные схемы» задержки [1, 2] (рис. 1б, вариант двухвеерной схемы, картина в пространстве). Здесь прилетающие потоки I и II входят на высотах H_I и H_{II} с заданным

¹Работа поддержана грантом РФФИ № 13-01-96055.

безопасным разнесением по высоте на дуги ожидания (ДО) — траектории кругового движения. По соответствующей разрешающей команде диспетчера, самолёты с ДО разворачиваются на пункт слияния (ПД_с) и далее движутся на него прямолинейно со снижением от начальной высоты до заданной высоты y_c над точкой слияния. Выдерживание безопасного временного интервала между самолётами постоянно контролируется диспетчером визуально по рубежам контроля $D_{вк}$ (рис. 1б, тонкие концентрические линии на горизонтальной плоскости).

На рис. 2 показана модель практической веерной схемы слияния трёх потоков Flow 1, Flow 2 и Flow 3 самолётов. Для безопасности движения самолётов их траектории разнесены по высоте от точки входа до точки слияния. Безопасность по временному интервалу между ними обеспечивается *управлением задержкой* каждого самолёта. Четырёхугольными фигурами отмечены специально разработанные зоны ожидания (предварительной задержки) с изменённым положением, ориентацией (по сравнению с рис. 1а) и разными высотами «плеч». Таким образом, возможен сход самолётов с обоих плеч на соответствующие контрольные пункты возврата, отмеченные чёрными треугольниками.

Формулировка задачи: *при заданных скоростных режимах движения потоков самолётов разработать алгоритмы расчёта времени предварительной задержки каждого самолёта в заданных зонах ожидания и моментов их схода с дуг ожидания так, чтобы гарантировать выдерживание заданного временного интервала (или продольного расстояния) между ними не менее безопасной величины над точкой слияния с обеспечением минимальности времени ожидания самолётов на всей траектории их движения от точка входа до точки слияния потоков.*

Разрабатываемые алгоритмы должны удовлетворять требованиям руководящих правил и документов [4].

Алгоритмы управления. Имеется полная информация о текущем положении и скоростном режиме движения всех самолётов, а их управляемое движение описывается стандартной системой обыкновенных дифференциальных уравнений [5].

Первая группа разработанных алгоритмов путём прогноза движения каждого самолёта от точки входа до точки слияния без их задержки на зонах и дугах ожидания производит расчёт совокуп-

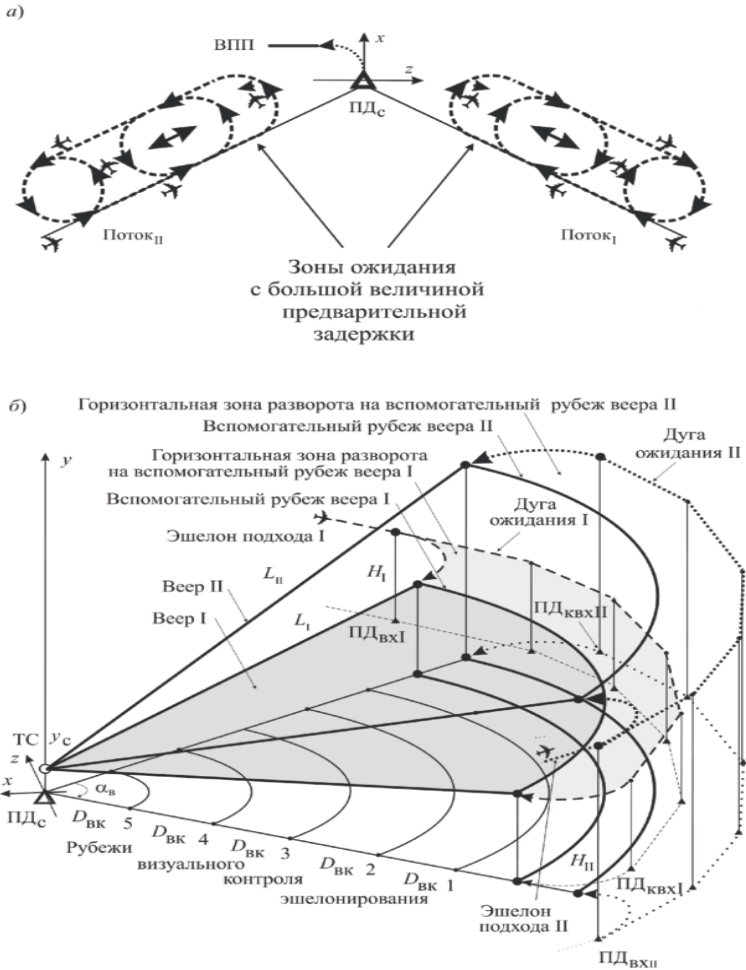


Рис. 1: Слияние двух потоков самолётов перед заходом на посадку: а) по стандартной схеме с зонами предварительной задержки, схема в плане; б) двухвеерная схема с дополнительными зонами ожидания в форме концентрических дуг, картина в пространстве

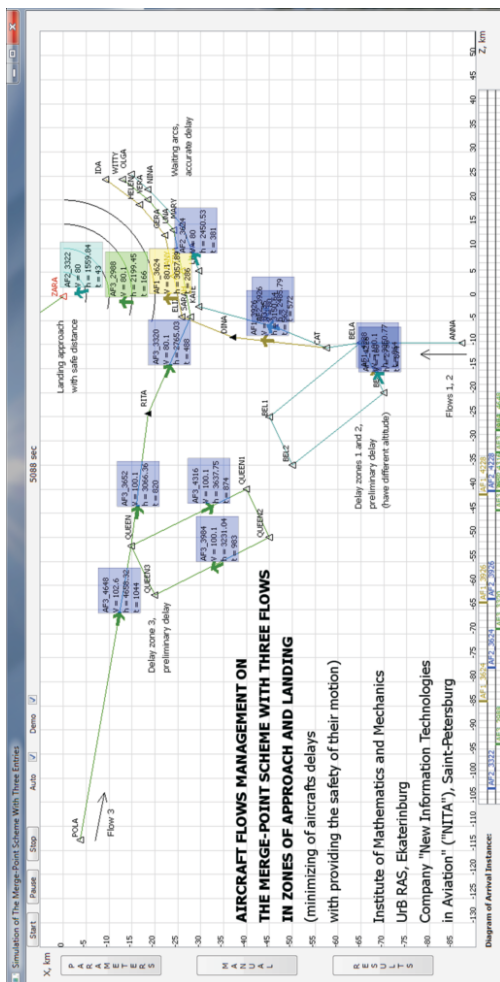


Рис. 2: Практическая схема слияния трёх потоков самолётов с зонами предварительной задержки и дугами ожидания. Оптимальная организация очереди

ности $\{T_{i,\text{ном}}\}$ номинальных моментов времени (по заданным траекториям и номинальным скоростным режимам) прилёта самолётов (вошедших на контроль) в точку слияния. Сопоставлением этих времён, рассчитанных в момент входа каждого самолёта соответственно в зону ответственности диспетчера (по единой шкале времени), определяется последовательность прибытия самолётов в точку слияния.

В общем случае интервалы между моментами $\{T_{i,\text{ном}}\}$ могут быть менее заданного безопасного интервала времени. В этом случае вторая группа разработанных алгоритмов рассчитывает *минимально необходимый* временной интервал задержки каждого самолёта так, чтобы последовательные скорректированные (на соответствующую задержку) прогнозируемые моменты $\{T_{i,\text{корг}}\}$ прибытия самолётов были разнесены на безопасную величину.

Рассчитанные величины задержек реализуются на траекториях зон ожидания и на дугах ожидания. При этом момент разрешения схода самолёта с плеч зоны ожидания вырабатывается по реализации рассчитанной задержки. В случае необходимости, момент схода с дуги ожидания рассчитывался из условия выполнения заданного безопасного временного интервала над точкой слияния.

Результаты исследований. Программа, реализующая моделирование движения самолётов и работу алгоритмов их управления, была разработана в среде Qt на языке C++.

На рис. 2 видна задержка самолётов на зонах ожидания (самолёты AF2_4226, AF1_4238, AF3_4316, AF3_3984). Самолёт AF2_3624 дорабатывает задержку на дуге ожидания своей траектории. Также на рисунке видны самолёты, уже движущиеся по веерной части к пункту слияния ZARA. При этом обеспечены безопасный временной интервал между ними и максимальная плотность очереди.

Литература

- [1] Point Merge Integration of Arrival Flows Enabling Extensive RNAV Application and Continuous Descent. Operation Services and Environment Definition // Report, July 2010. Eurocontrol Experimental Center.

- [2] *Пятко С.Г.* Двухвеерная технология формирования интервалов посадки для аэродромов Московской воздушной зоны // ГосНИИ «Аэронавигация». Москва, 2011.
- [3] *Пятко С.Г., Красов А.И. и др.* Автоматизированные системы управления воздушным движением. СПб: Политехника, 2004.
- [4] *Королев Е.Н.* Технологии работы диспетчеров управления воздушным движением. М.: Воздушный транспорт, 2000.
- [5] ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. М.: Госстандарт, 1980.

СИНГУЛЯРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ В РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ГАМИЛЬТОНА–ЯКОБИ–БЕЛЛМАНА

Родин А.С.¹

Рассмотрим краевую задачу Коши для уравнения Гамильтона–Якоби–Беллмана:

$$\frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial t} + H(t, x, D_x \varphi(t, x)) = 0, \quad \varphi(T, x) = \sigma(x), \quad (1)$$

где $t \in [0, T]$, $x \in R^n$, $D_x \varphi(t, x) = \left(\frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial x_1}, \frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial x_n} \right) = s$.

Обозначим $\Pi_T = \{(t, x) : t \in [0, T], x \in R^n\}$.

Задача (1) рассматривается при следующих предположениях:

A1) функция $H(t, x, s)$ непрерывно дифференцируема по переменным t, x, s , вогнута по переменной s ;

A2) функция $\sigma(x)$ непрерывно дифференцируема;

A3) выполнены условия подлинейного роста: существуют такие $\alpha > 0$, $\beta > 0$, что выполняются условия

$$\|D_x H(t, x, s)\| \leq \alpha(1 + \|x\| + \|s\|),$$

$$\|D_s H(t, x, s)\| \leq \beta(1 + \|x\| + \|s\|).$$

¹Работа поддержана РФФИ (грант 14-01-00168)