

Российская Академия Наук
Уральская ассоциация клубов ЮНЕСКО

ВЕК РАДИО



”Русские имеют все основания гордиться первооткрывателем такого ранга как А. С. Попов”
(Charles Susskind: Popov and the beginnings of radiotelegraphy. *Proceedings of IRE*, 1962.)

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

ВЕК РАДИО

Перспективные пути развития антенных систем
космической связи, теории управления и
распознавания образов

Сборник научных трудов

Екатеринбург
1996

УДК 621.396 + 62.50 + 519.8

Век радио: Перспективные пути развития антенных систем космической связи, теории управления и распознавания образов. Сб. науч. тр. Екатеринбург: УрО РАН, 1996. ISBN 5-7691-0572-0

Материалы сборника посвящены проблемам синтеза антенных систем космической связи, обработке сигналов, теории управления и распознавания образов.

Отв. редактор доктор физико-математических наук **Н. И. Черных**. Редакционная коллегия: академик **А. Ф. Богомолов**, академик **Н. Н. Красовский**, академик АИИ РФ **В. Г. Лабунец**, председатель оргкомитета по изданию научных трудов "Век Радио" уральской ассоциации клубов ЮНЕСКО кандидат технических наук **Б. С. Соболев**, доктор технических наук **В. И. Гусевский** (отв. секретарь)

Рецензенты: профессор **Р. Кройцбург** (Университет Карлсруэ, Германия), кандидат технических наук **М. П. Наймушин** (РТФ УГТУ - УПИ, Россия)

Издание осуществляется при участии и финансовой поддержке Радиотехнического факультета Уральского государственного технического университета (УПИ им. С.М.Кирова), Особого конструкторского бюро Московского энергетического института (технического университета), Научно-производственного объединения прикладной механики (Красноярск-26), Музея Радио им. А.С.Попова (г.Екатеринбург)

ISBN 5-7691-0572-0

В 8П6(03)1993 ПВ -- 1996

© ИММ УрО РАН, 1996

С. И. Кумков, В. С. Пацко

ИНФОРМАЦИОННЫЕ МНОЖЕСТВА В ЗАДАЧЕ ПРЕСЛЕДОВАНИЯ¹

Институт математики и механики Уральского Отделения РАН

Введение. В задачах преследования типична ситуация, когда догоняющий получает текущую информацию об убегающем с ошибкой. Используя поступающие замеры, можно выделить (по крайней мере, гипотетически) область состояний, каждое из которых не противоречит полученной информации и, стало быть, возможно. Совокупность таких состояний называется информационным множеством. Информационное множество изменяется с ходом процесса, играет роль обобщенного состояния и может быть использовано для построения управления по принципу обратной связи.

Естественным является геометрическое ограничение на ошибку замера, например, ограничение по модулю. Задачи с неполной информацией при геометрических ограничениях интенсивно изучались в теоретическом аспекте в середине 70-х годов [1-5]. В то же время весьма мало публикаций, посвященных конкретным задачам, решенным аналитически или при помощи ЭВМ. Данная работа относится к этому направлению и продолжает исследования [6-8].

Рассматривается пространственная задача преследования, в которой догоняющий аппарат обладает ограниченным запасом изменения скорости. В процессе движения преследователь замеряет угловую скорость линии визирования аппарата – цель и минимизирует промах. Ошибка замера стеснена геометрическим ограничением. Указан способ конструирования информационных множеств, предложен вариант построения стратегии управления. Результаты моделирования относятся к случаю наведения космического аппарата (снаряда) на астероид.

Предполагаем, что управляющее воздействие может подаваться по любому из четырех взаимно-ортогональных направлений в плоскости, проходящей через центр масс снаряда ортогонально строительной оси. В начальный момент строительная ось ориентирована на номинальное положение убегающего, начальная скорость пресле-

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (94-01-00350).

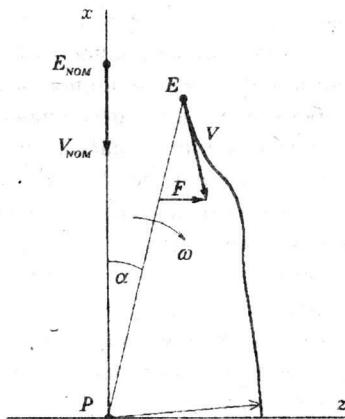


Рис. 1. Движение разностной точки

дователя подбирается так, чтобы вектор разностной скорости был направлен вдоль строительной оси. Считаем, что управление осуществляется по двум каналам (боковому и вертикальному). Это позволяет разложить пространственную задачу на две плоские подзадачи. Таким образом, основной является задача на плоскости.

1. Задача преследования на плоскости

Постановка задачи. Описывая движение двух материальных точек на плоскости, будем использовать разностные координаты, совместив начало координат с преследователем P (рис. 1). Вертикальную ось x направим на номинальное положение $E_{\text{ном}}$ убегающего. Предположим, что преследователь выбирает вектор $V_P(t_0)$ своей начальной скорости так, чтобы номинальная разностная скорость $V_{\text{ном}} = V_{E \text{ном}} - V_P(t_0)$ была направлена по оси x к началу координат.

Истинное положение убегающего E в начальный момент может отличаться от номинального, истинный вектор начальной разностной скорости – от предварительно заданного. Начальное положение разностной точки удовлетворяет геометрическому ограничению $(x(t_0), z(t_0))' \in B$. Аналогично, начальный вектор разностной скорости $(V_x(t_0), V_z(t_0))' \in D$.

Пусть e – модуль вектора $V_{\text{ном}}$. Будем считать, что значение e велико по сравнению с изменениями разностной скорости, которые могут быть в силу начальной неопределенности и за счет управлений преследователя и убегающего в процессе движения (слабо управляемые объекты). Предположение о слабой управляемости позволяет считать угол визирования α (рис. 1) малым на сравнительно длительном промежутке времени начиная от начального момента. В самом деле, пусть в некоторый момент t_* угол α большой. Тогда ввиду малости конуса, в котором может идти будущее движение (ось конуса близка к вертикальной), промах в конце будет заведомо значителен, причем тем больше, чем больше время до конца от момента t_* . Следовательно, если нас интересуют не слишком большие промахи, угол α должен быть мал.

Предположим, что преследователь применяет большие ускорения на коротких промежутках времени. Идеализацией этого обстоятельства является допущение об импульсном управлении: преследователь скачком изменяет свою, а стало быть, и разностную скорость. Импульсы действуют перпендикулярно оси x , т.е. вдоль оси z . Такое направление действия импульсов обеспечивает экономное расходование ресурса в задаче минимизации промаха. Оговорена величина σ_1 одного большого импульса и величина σ_2 одного малого. Пусть N_1 – трата больших импульсов в процессе наведения и N_2 – трата малых импульсов. Тогда $\sigma_1 N_1 + \sigma_2 N_2$ – суммарный расход характеристической скорости. Считаем, что он не должен превышать заданной величины \mathcal{F}^* .

Условимся, что векторное управляющее воздействие v убегающего с компонентами v_x, v_z имеет размерность ускорения и стеснено условием $v \in Q$, где Q – выпуклое замкнутое ограниченное множество, симметричное относительно нуля. При записи движения в разностных координатах условие $v \in Q$ отражает не только неопределенность наших сведений о динамике убегающего, но и, например, различие в ускорении силы тяжести по отношению к преследователю и убегающему.

В дискретные моменты t_i с шагом Δ преследователь замеряет угловую скорость $\omega_M(t_i)$ линии визирования, проходящей через точки P и E . Замеряемое значение и истинная угловая скорость $\omega(t_i)$ связаны соотношением $\omega_M(t_i) = \omega(t_i) + \xi(t_i)$. Ошибка замера ограничена по модулю: $|\xi(t_i)| \leq c$.

Получив замер, преследователь вырабатывает свое управление. Если реализуется большой импульс, то полагаем $k_1(t_i) = \pm 1$, где выбор знака соответствует направлению действия импульса. Если большого импульса нет, считаем $k_1(t_i) = 0$. Аналогично, для малого импульса вводим величину $k_2(t_i)$, принимающую одно из трех значений. Одновременно большой и малый импульсы действовать не могут. Кроме того, условимся, что после применения большого (малого) импульса устанавливается запрет на получение замеров и действие нового управления на интервале времени длины $s_1\Delta$ ($s_2\Delta$). Здесь s_1, s_2 – целые положительные числа, $s_2 \leq s_1$.

Цель преследования – минимизация промаха. Под промахом понимаем минимальное значение расстояния $\sqrt{x^2(t) + z^2(t)}$ в процессе движения. Требуется построить управление по принципу обратной связи, дающее удовлетворительное решение задачи в условиях неполной информации.

Описание динамики. Уравнения динамики в разностных координатах x, z имеют вид

$$\begin{aligned}\ddot{z}(t) &= v_z - \sum_i (\sigma_1 k_1(t_i) + \sigma_2 k_2(t_i)) \delta(t - t_i), \\ \ddot{x}(t) &= v_x,\end{aligned}\tag{1}$$

$$\sum_i (\sigma_1 |k_1(t_i)| + \sigma_2 |k_2(t_i)|) \leq \mathcal{F}^*, \quad (v_x, v_z)' \in Q.$$

Здесь δ – символ дельта-функции.

Подсоединим к (1) соотношения, характеризующие неполноту информации:

$$\omega_M(t_i) = \omega(t_i) + \xi(t_i), \quad |\xi(t_i)| \leq c; \tag{2}$$

$$(x(t_0), z(t_0))' \in B, \quad (V_x(t_0), V_z(t_0))' \in D. \tag{3}$$

Переходя от фазовых переменных z, \dot{z}, x, \dot{x} к переменным $\alpha, \omega, x, V_x = \dot{x}$, учитывая далее предположение о слабой управляемости и малость угла α , получаем (подробности в [6–8]) упрощенное

по сравнению с (1) описание динамики:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}(t) &= 2e\omega(t)/x(t) + v_z/x(t) - 1/x(t) \sum_i (\sigma_1 k_1(t_i) + \sigma_2 k_2(t_i)) \delta(t - t_i), \\ x(t) &= x(t_0) - e(t - t_0), \\ \sum_i (\sigma_1 |k_1(t_i)| + \sigma_2 |k_2(t_i)|) &\leq \mathcal{F}^*, \quad |v_z| \leq \nu,\end{aligned}\tag{4}$$

где символом ν обозначено число, ограничивающее проекцию множества Q на ось z . При импульсном воздействии в момент t_i координата ω изменяется скачком на величину $-(\sigma_1 k_1(t_i) + \sigma_2 k_2(t_i))/x(t_i)$. Соотношения неполноты информации для системы (4) примем в виде

$$\omega_M(t_i) = \omega(t_i) + \xi(t_i), \quad |\xi(t_i)| \leq c; \tag{5}$$

$$x(t_0) \in [x_0, x^0], \quad \omega(t_0) \in A(x(t_0)). \tag{6}$$

Здесь $[x_0, x^0]$ – проекция множества B на ось x ; $A(x(t_0))$ – отрезок (оценка сверху), содержащий в себе для конкретного $x(t_0)$ все начальные значения $\omega(t_0)$ угловой скорости, возможные в силу ограничений (3).

Информационные множества. Зафиксируем параметр $\varepsilon > 0$. Определим информационное множество как совокупность всех точек на плоскости ω, x ($x \geq \varepsilon$), каждая из которых могла бы быть состоянием системы (4)–(6) в рассматриваемый момент.

В качестве начального информационного множества $I_-(t_0)$ возьмем множество, задаваемое формулами (6): $I_-(t_0) = \{(\omega, x) : x \in [x_0, x^0], \omega \in A(x)\}$. При любом x сечение этого множества есть отрезок.

Определим рекуррентно последовательность информационных множеств. Пусть на плоскости ω, x ($x \geq \varepsilon$) задано ограниченное замкнутое множество $I_-(t_i)$, $i \geq 0$, сечение которого при любом x есть отрезок. Считаем, что $I_-(t_i)$ является информационным множеством на момент t_i до получения замера. Если в рассматриваемый момент t_i нет запрета на поступление замера (т.е. t_i не входит в промежуток успокоения после действия импульса), то связем с поступающим замером $\omega_M(t_i)$ множество неопределенности $H(t_i) = \{(\omega, x) : |\omega - \omega_M(t_i)| \leq c\}$. Положим $I(t_i) = I_-(t_i) \cap H(t_i)$. Поскольку истинное состояние системы (4) должно принадлежать

как множеству $I_-(t_i)$, так и множеству $H(t_i)$, то такое пересечение не пусто. Если t_i является моментом запрета, примем $I(t_i) = I_-(t_i)$.

В момент t_i после получения замера может быть применено импульсное управление (если t_i , конечно, не есть момент запрета). Множество $I(t_i)$ перейдет в множество $I_+(t_i)$. Преобразование $I(t_i) \rightarrow I_+(t_i)$ есть перенос каждого отрезка (при постоянном x) на величину $-\sigma_1 k_1(t_i)/x$ вдоль оси ω , если действует большой импульс, и $-\sigma_2 k_2(t_i)/x$, если действует малый. В случае, когда t_i есть момент запрета, считаем $k_1(t_i) = k_2(t_i) = 0$, т.е. $I_+(t_i) = I(t_i)$.

В множестве $I_+(t_i)$ выделим часть $J_\varepsilon(t_i)$, лежащую строго ниже уровня $x = \varepsilon + e(t_{i+1} - t_i)$. Эта часть в момент t_{i+1} уйдет под уровень ε . Положим $I_{+\varepsilon}(t_i) = I_+(t_i) \setminus J_\varepsilon(t_i)$.

Определим $I_-(t_{i+1})$ как прогноз положения системы (4) на момент t_{i+1} , если в момент t_i она находилась в множестве $I_{+\varepsilon}(t_i)$ и на $(t_i, t_{i+1}]$ отсутствовало импульсное управление. При построении $I_-(t_{i+1})$ каждый отрезок из $I_{+\varepsilon}(t_i)$ опускается по x на величину $e(t_{i+1} - t_i)$. Координата по оси ω его левого края принимает значение

$$\omega_{*-}(t_{i+1}) = \omega_{*+}(t_i) \frac{x^2(t_i)}{x^2(t_{i+1})} - \zeta(t_i, t_{i+1}).$$

Здесь $\omega_{*+}(t_i)$ – координата левого края рассматриваемого отрезка в момент t_i , величина ζ задается формулой

$$\zeta(t_i, t_{i+1}) = \frac{\nu(t_{i+1} - t_i)}{x^2(t_{i+1})} \left(x(t_i) - \frac{e}{2}(t_{i+1} - t_i) \right).$$

Положение $\omega_+^*(t_i)$ правого края меняется на

$$\omega_-^*(t_{i+1}) = \omega_+^*(t_i) \frac{x^2(t_i)}{x^2(t_{i+1})} + \zeta(t_i, t_{i+1}).$$

Каждое из множеств $I_-(t_i)$, $I(t_i)$, $I_+(t_i)$, $I_{+\varepsilon}(t_i)$ назовем информационным (до замера, после замера, после импульса, после ε -отсечки). Таким образом, рекуррентно определена последовательность информационных множеств.

Способ управления. Назовем позицией совокупность (t_i, \mathcal{F}, I) , где t_i – момент времени, \mathcal{F} – оставшийся запас характеристической скорости, I – информационное множество после замера. Определим управление как функцию от позиции. Это и будет управление обратной связи.

Для произвольной пары ω, x ($x > 0$) положим $\Pi(\omega, x) = \omega x^2/e$. Величина $\Pi(\omega, x)$ приближенно есть пассивный прогнозируемый промах (с учетом знака) из состояния ω, x , т. е. промах при пересечении оси z свободным движением системы (4). Для точного подсчета пассивного прогнозируемого промаха следовало бы помимо ω, x учесть угол α : $\omega x^2/(\epsilon \cos^2 \alpha)$. Смысл формулы понятен из того, что $\omega x/\cos^2 \alpha$ — величина нескомпенсированной линейной скорости F (см. рис. 1), а x/e — время, оставшееся до пересечения оси z . Пренебрегая малым углом α , получаем формулу для Π .

Обозначим через $\partial^* I$ совокупность правых концов отрезков, из которых составлено множество I . Аналогично, $\partial_* I$ — совокупность левых концов. Положим

$$\pi^*(I) = \max_{(\omega, x) \in \partial^* I} \left\{ \Pi(\omega, x) + \frac{\nu}{2} \left(\frac{x}{e} \right)^2 \right\}; \quad (7)$$

$$\pi_*(I) = \min_{(\omega, x) \in \partial_* I} \left\{ \Pi(\omega, x) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{x}{e} \right)^2 \right\}. \quad (8)$$

Пусть (ω^*, x^*) , (ω_*, x_*) — точки, на которых достигается максимум в (7) и минимум в (8). Отрезок π с концами $\pi_*(I)$, $\pi^*(I)$ назовем отрезком прогнозируемого промаха, соответствующим множеству I . Наиболее удаленный от нуля край отрезка π интерпретируется как максимальный прогнозируемый промах.

Содержательный смысл предлагаемого ниже способа управления U_s — уменьшение максимального прогнозируемого промаха путем такого использования больших и малых импульсов, чтобы отрезок π был симметричен относительно нуля.

Выведем соответствующие формулы. При действии управления, импульсно изменяющего горизонтальную составляющую скорости на величину ΔF , промах для бывшей максимизирующей точки в (7) изменится мгновенно на величину $\Delta \omega x^{*2}/e = -\Delta F x^{*2}/x^* e = -\Delta F x^*/e$, а для минимизирующей точки в (8) — на величину $\Delta \omega x_*^2/e = -\Delta F x_*/e$. Составим соотношение симметрии $\pi^* - \Delta F x^*/e = -(\pi_* - \Delta F x_*/e)$. Разрешая его относительно неизвестного ΔF , получаем $\overline{\Delta F} = (\pi^* + \pi_*)e/(x^* + x_*)$.

Положим

$$k_{1s} = \begin{cases} 1, & \text{если } \overline{\Delta F} \geq \sigma_1, \quad F \geq \sigma_1, \\ 0, & \text{если } -\sigma_1 < \overline{\Delta F} < \sigma_1 \text{ или } F < \sigma_1, \\ -1, & \text{если } \overline{\Delta F} \leq -\sigma_1, \quad F \geq \sigma_1, \end{cases}$$

$$k_{2s} = \begin{cases} 1, & \text{если } \sigma_1 > \overline{\Delta F} \geq \sigma_2, \quad F \geq \sigma_2, \\ 0, & \text{если } -\sigma_2 < \overline{\Delta F} < \sigma_2 \text{ или } F < \sigma_2, \\ -1, & \text{если } -\sigma_1 < \overline{\Delta F} \leq -\sigma_2, \quad F \geq \sigma_2. \end{cases}$$

Из определения чисел k_{1s} и k_{2s} видно, что одновременно они не могут быть отличны от нуля. Стратегию U_s определим как функцию, сопоставляющую позиции (t_i, F, I) число $k_{1s}(t_i) + k_{2s}(t_i)$. Стратегия перестает действовать, когда информационное множество уходит под уровень ε .

Мы не утверждаем, что стратегия U_s является оптимальной в том или ином смысле. Алгоритмически стратегия U_s реализуется достаточно просто, результаты моделирования при ее использовании получаются удовлетворительными. Вопрос об оптимальности стратегий, аналогичных рассматриваемой, обсуждался в [7, 8].

2. Задача наведения снаряда на астероид

Содержательное описание. Рассмотрим задачу наведения управляемого снаряда на астероид. Полагаем, что астероид представляет собой опасный космический объект (ОКО), траекторию движения которого надо изменить. Для этой цели к астероиду направляется управляемый снаряд. При попадании снаряда в астероид срабатывает взрывное устройство большой мощности. За счет выброса части массы астероида изменяется его скорость [9]. Для обеспечения нужной направленности взрыва необходимо попадание снаряда в требуемую точку на поверхности астероида. Подход снаряда к цели должен выполняться сбоку – перпендикулярно вектору пространственной скорости движения астероида (рис. 2).

При диаметре отклоняемого астероида порядка 50 – 100 м требуемая точность попадания составляет 5 – 10 м [10]. Таким образом, речь идет о высокоточном наведении.

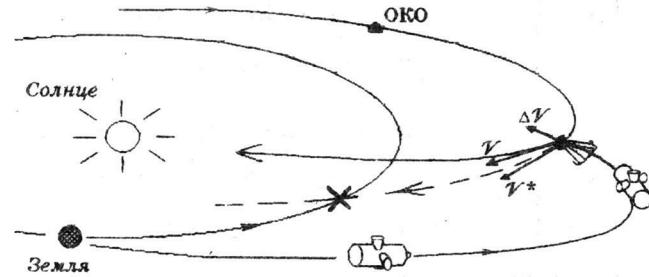


Рис. 2. Схема наведения на астероид

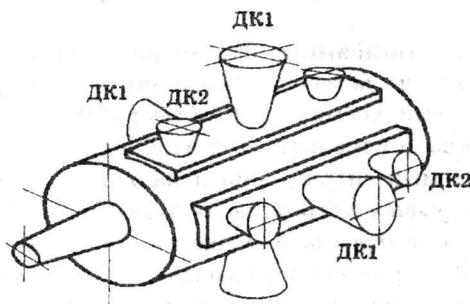


Рис. 3. Управляемый снаряд

Схематический вид снаряда [10] показан на рис. 3. Снаряд имеет по два корректирующих двигателя большой тяги (ДК1) и двигатели коррекции малой тяги (ДК2) в двух строительных плоскостях. Двигатели обеспечивают корректирующие воздействия по четырем направлениям в поперечной строительной плоскости снаряда. Полагается, что при каждом включении двигателя (как большой, так и малой тяги) интервал его работы мал и равен соответствующей минимальной длительности включения.

Источником информации для наведения снаряда является бортовой координатор (оптический или радиолокационный), осуществляющий замер пеленгов – углов линии визирования (ЛВ) снаряд – ОКО по рысканию и тангажу. Последующая обработка позволяет проводить оценивание составляющих угловой скорости (УС) по каждому из указанных каналов. Поскольку замер пеленгов осуществляется с ошибками, то и оценки УС ЛВ также содержат ошибку.

В данной статье рассматривается случай, когда в качестве информации для наведения используются уже оценки ("замеры") угловой скорости. При этом известной полагается лишь максимальная величина ошибки оценки УС ЛВ.

Работа координатора имеет следующие особенности. При свободном движении снаряда пеленги (и соответственно оценки УС ЛВ) поступают на каждом такте Δ . При работе двигателей замеры и оценки не поступают. Приход информации возобновляется только через некоторый промежуток времени. Включаем в него время работы двигателя (на минимальной длительности) и время, необходимое для успокоения конструкции после выключения двигателя.

В начальный момент система управления снаряда имеет информацию о номинальных значениях положения и скорости ОКО в разностной (относительной) системе координат. Задаются также максимальные диапазоны разброса этих параметров относительно номинальных.

При работе ДК каждого уровня возникающие ускорения значительны. Поэтому полагаем, что результирующее изменение скорости центра масс снаряда происходит импульсно в начале интервала работы ДК.

Запас топлива ограничен: $\sigma_1 N_1 + \sigma_2 N_2 \leq \mathcal{F}^*$, где σ_1 (σ_2) – величина большого (малого) импульса, N_1 (N_2) – общее по двум каналам число включений двигателей большой (малой) тяги, \mathcal{F}^* – величина характеристической скорости.

Управление снарядом прекращается, когда фактическое расстояние до ОКО становится меньше некоторой заданной величины. Это связано с тем, что на малом расстоянии полностью срывается работа координатора.

Моделирование проводим в разностных координатах. Для каждого канала (бокового и вертикального) используем уравнения динамики вида (1).

Применяем за преследователя по каждому из каналов способ управления U_s , описанный в разделе 1.

Формирование замеров осуществляем при помощи датчика случайных чисел. Используем равномерное распределение с независимыми значениями, нормальное распределение с независимыми значениями, нормальное распределение с коррелированными значениями. Максимальная величина ошибки замера для всех вариантов одинакова. Ошибки замеров в каналах являются независимыми.

Ускорения убегающего (ОКО) по продольной, боковой и вертикальной разностным координатам задаются постоянными на всем интервале времени наведения и выбираются в начальный момент из заданных ограничений. В алгоритмах построения текущего информационного множества используется величина ограничения на разностное ускорение ОКО по боковой и вертикальной координатам несколько больше заданной. Это делается для того, чтобы обеспечить невырождение (непустоту) информационных множеств при численной реализации.

Информационные множества в каждом из каналов строятся независимо, но поскольку они имеют общую продольную координату x , то итоговый размах по x принимаем одинаковым. Информационное множество задается конечным числом отрезков, параллельных оси угловой скорости. В приводимых ниже результатах количество отрезков взято равным 29. При выполнении операции пересечения, учете взаимного влияния каналов или при опускании части информационного множества под порог число отрезков в информационном множестве может уменьшаться. По специальной процедуре производится увеличение количества отрезков до 29.

Исходные данные. При моделировании пространственной задачи использовались следующие исходные данные (в разностных координатах):

номинальная начальная продольная координата $x_{\text{NOM}}=1000$ км;

множество, ограничивающее возможные начальные положения ОКО,

$$B = \{(x, z, y): |x - 1000| \leq 100 \text{ км}, |z| \leq 200 \text{ м}, |y| \leq 200 \text{ м}\};$$

номинал начальной продольной скорости $V_x = -55 \text{ км/с}$;
множество, ограничивающее вектор начальной скорости,

$$D = \{(x, z, y): |V_x + 55| \leq 5 \text{ км/с}, |V_z| \leq 5 \text{ м/с}, |V_y| \leq 5 \text{ м/с}\};$$

минимальная длительность включения двигателей – большой тяги 0.5 с, малой тяги 0.1 с;

ускорение при включении двигателей – большой тяги 7.2 м/с^2 ,
малой тяги 1.8 м/с^2 ;

приращение скорости от включения двигателей (на минимальных длительностях) – большой тяги $\sigma_1 = 3.6 \text{ м/с}$, малой тяги $\sigma_2 = 0.18 \text{ м/с}$;

запас характеристической скорости $F^* = 200 \text{ м/с}$;

такт работы координатора $\Delta = 0.1 \text{ с}$;

интервал успокоения конструкции снаряда после выключения двигателей – большой тяги 0.5 с, малой тяги 0.2 с;

константа в ограничении на максимальную величину погрешности замера составляющих вектора угловой скорости ЛВ $c = 0.0000025 \text{ рад/с}$ (5 угл.с/с);

множество, ограничивающее разностное ускорение ОКО,

$$Q = \{(v_x, v_z, v_y): |v_x| \leq 0.05 \text{ м/с}^2, |v_z| \leq 0.05 \text{ м/с}^2, |v_y| \leq 0.05 \text{ м/с}^2\};$$

порог прерывания управления по срыву работы координатора 6 км.

Указанные исходные данные известны преследователю. Подчеркнем, что B , D – предварительно заданные множества, в которых должны лежать положение и скорость начальной разностной точки. Какой-либо более точной информацией преследователь до начала процесса наведения не обладает.

В начальный момент времени информационное множество $I_-(t_0)$ в каждом из каналов строится следующим образом: $[x_0, x^0] = [900, 1100] \text{ км}$; сечение множества при любом $x \in [x_0, x^0]$ – отрезок, его крайние точки (в проекции на ось ω) берутся в виде $\omega_0(x) =$

$= (-0.005x - 60 \cdot 0.2)/x^2$, $\omega^0(x) = (0.005x + 60 \cdot 0.2)/x^2$. Поскольку истинное значение угловой скорости в момент t в боковом канале подсчитывается по формуле $\omega_1(t) = (\dot{z}(t)x(t) - \dot{x}(t)z(t))/(x^2(t) + z^2(t))$ и по аналогичной формуле (с заменой z на y) в вертикальном канале, то начальные информационные множества охватывают все возможные положения пар $\omega_1(t_0), x(t_0)$ и $\omega_2(t_0), z(t_0)$, согласованные с указанными множествами B, D .

Результаты моделирования. Приведем результаты моделирования для следующей начальной разностной точки: $x(t_0) = 1100$ км, $z(t_0) = 200$ м, $y(t_0) = 200$ м, $V_x(t_0) = -55$ км/с, $V_z(t_0) = V_y(t_0) = 0$. Ускорение ОКО по трем составляющим: $v_x = v_z = v_y = 0.05$ м/с².

Получены следующие результаты:

равномерная помеха – промах 1.4 м, расход скорости 51 м/с, общее число включений двигателей большой тяги 11, двигателей малой тяги 61;

нормально распределенная некоррелированная помеха – промах 0.5 м, расход скорости 50 м/с, общее число включений двигателей большой тяги 10, двигателей малой тяги 81;

нормально распределенная коррелированная помеха – промах 2.2 м, расход скорости 98 м/с, общее число включений двигателей большой тяги 26, двигателей малой тяги 23.

Наибольший расход характеристической скорости наблюдается в варианте с нормальной коррелированной помехой. Отметим, что повышенная трата ресурса управления может привести к его полному расходу и как следствие к заведомо большим конечным промахам. Это выявилось при проведении многочисленных пусков в различных начальных условиях.

Изменение информационных множеств представлено на рис. 4, 5. При формировании замеров угловой скорости применялась нормально распределенная коррелированная помеха. Рис. 4 соответствует переходу от начального момента $t_0 = 0$ к моменту прихода следующего замера $t = 1$ с. Переход от момента $t = 17.2$ с к моменту $t = 18.2$ с (заключительный этап наведения) демонстрируется на рис. 5. Пунктиром показано множество неопределенности, вычисляемое по текущему замеру. Крестиком отмечено истинное положение разностной точки в координатах ω_1, x и ω_2, z . Указано число включений двигателей коррекции в каждом канале на рассматриваемый момент. Видно, что в конце процесса развитие информационных множеств происходит более динамично, чем в начале.

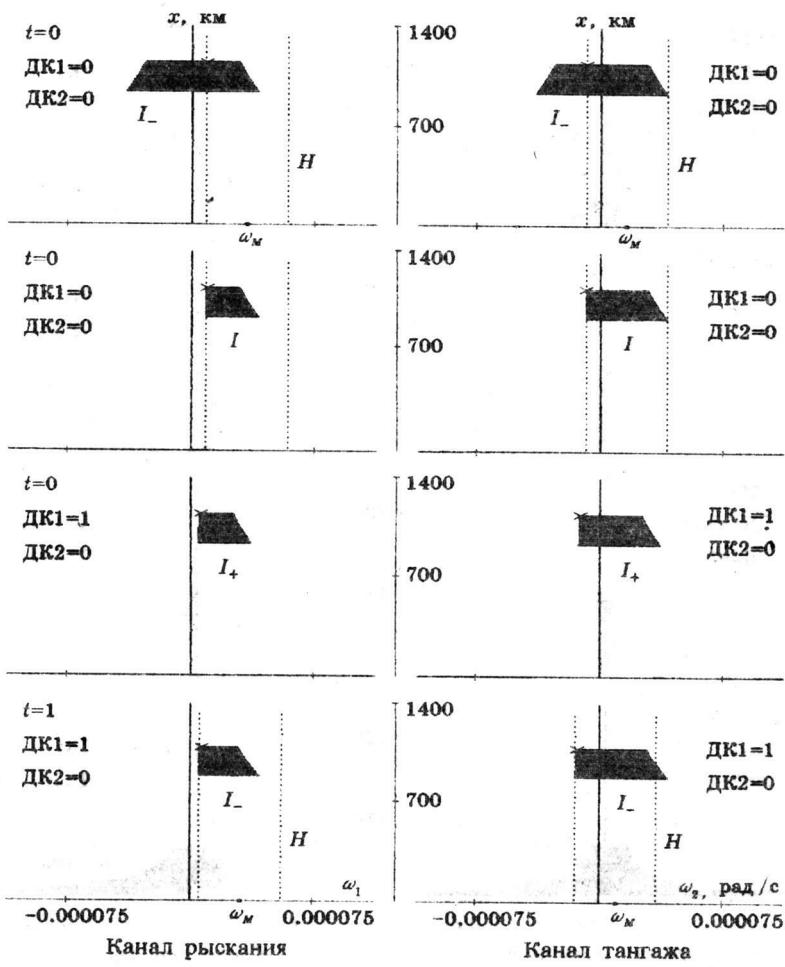


Рис. 4. Информационные множества на начальном этапе преследования

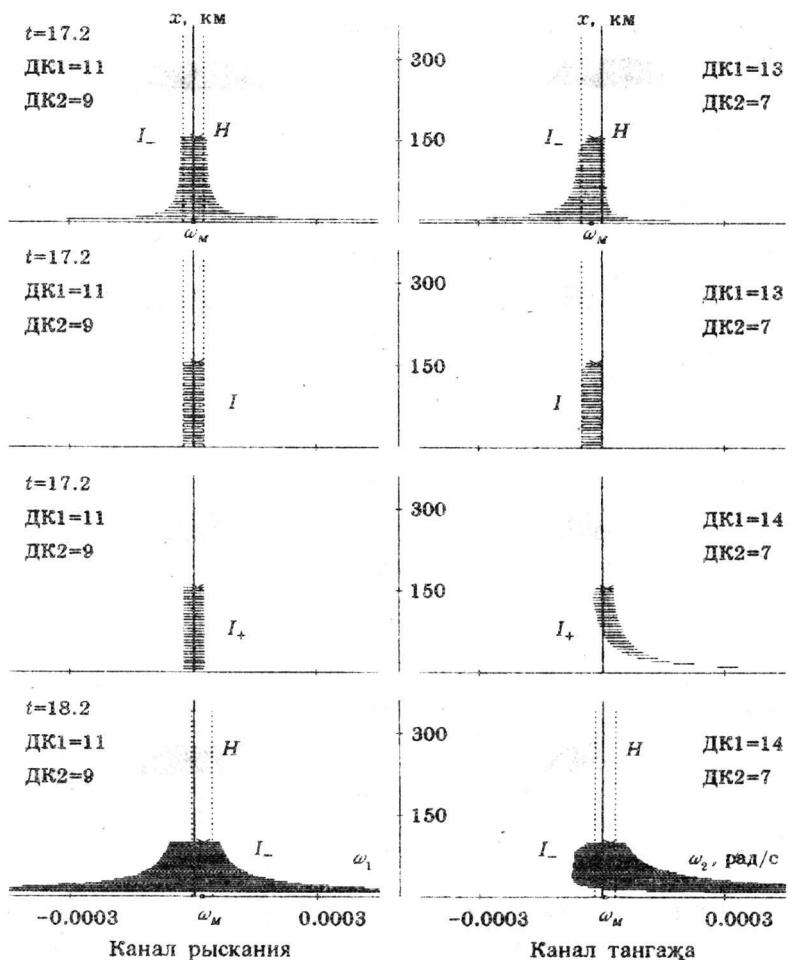


Рис. 5. Информационные множества на заключительном этапе преследования

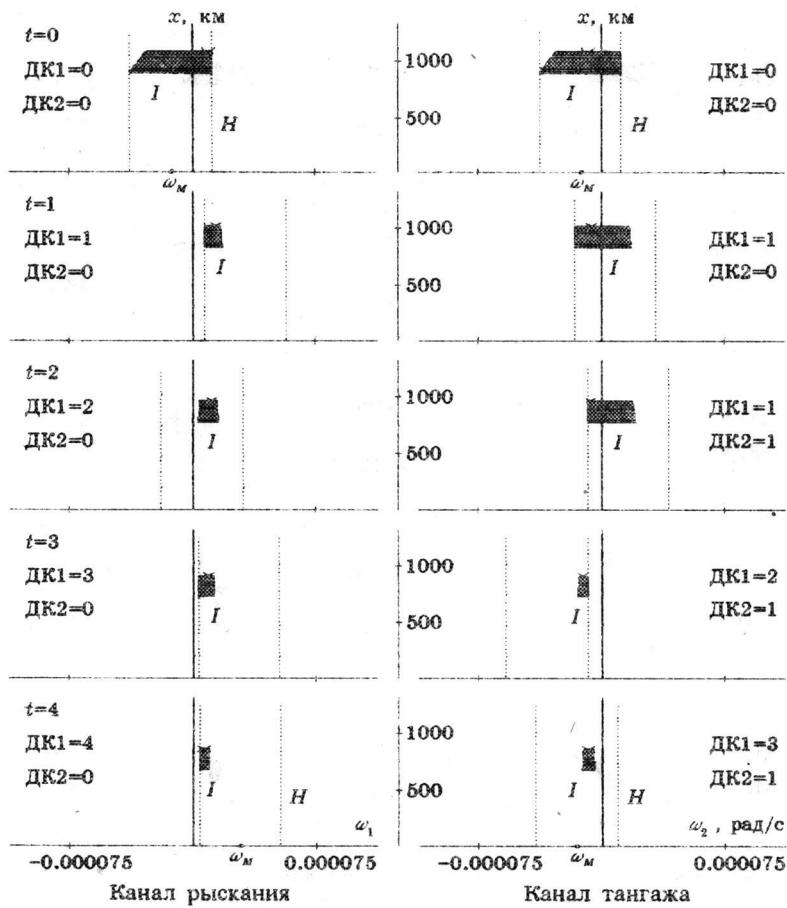


Рис. 6. Информационные множества при равномерной помехе с независимыми значениями

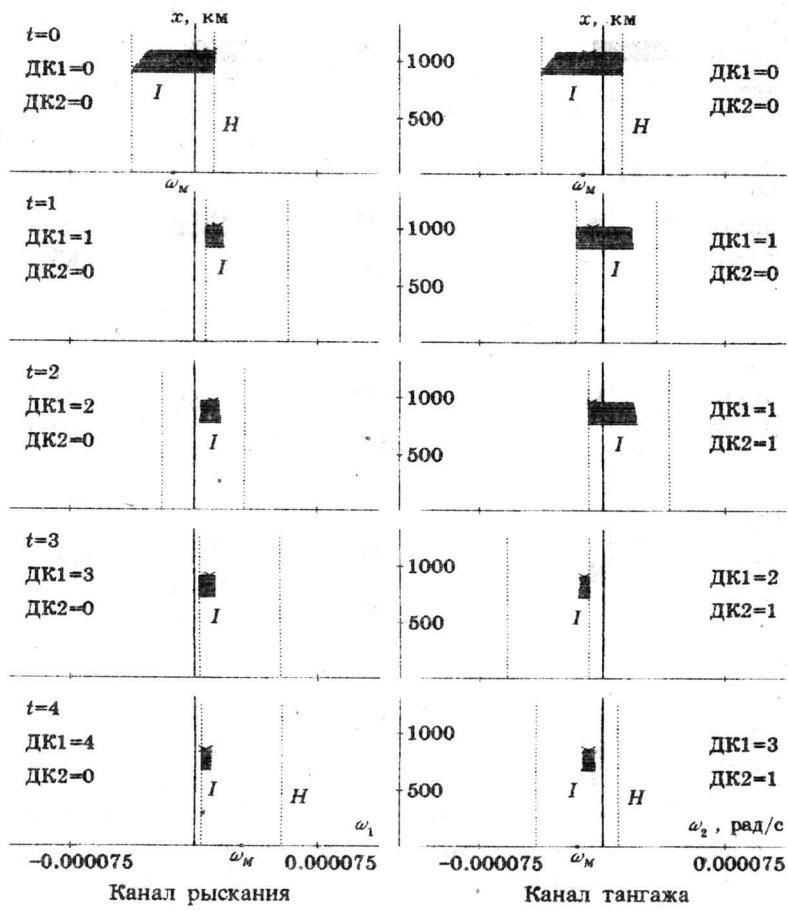


Рис. 7. Информационные множества при нормальной коррелированной помехе

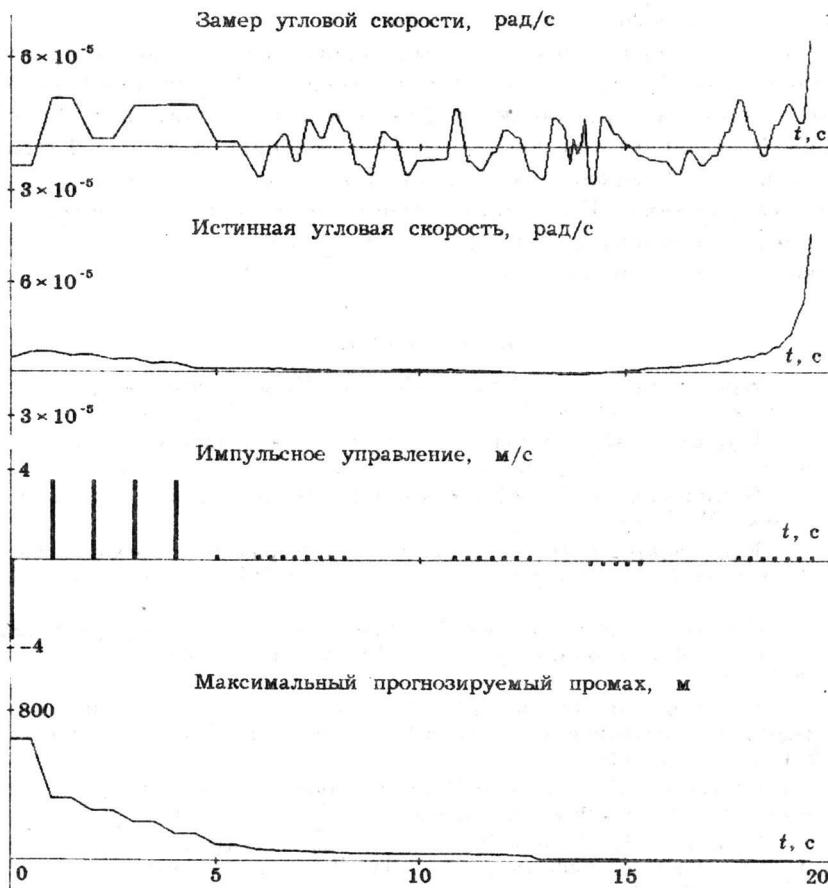


Рис. 8. Процесс управления, боковой канал

Влияние типа помехи иллюстрируется на рис. 6 (равномерно распределенная помеха с независимыми значениями) и рис. 7 (нормально распределенная коррелированная помеха). Картинки выведены для одинаковых моментов времени. Рисунки показывают, что при помехе первого типа "размытость" информационных множеств по угловой скорости существенно меньше.

На рис. 8 приведены процессы в боковом канале при равномерной помехе. Представлены кривые замеряемой и истинной угловых скоростей по рисканию, график включения двигателей коррекции (большой импульс соответствует включению ДК большой тяги, меньший – ДК малой тяги), максимальный прогнозируемый промах в боковом канале. Последний параметр представляет собой максимальную величину модуля промаха, рассчитываемую по текущему информационному множеству.

Список литературы

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977.
3. Черноуско Ф.Л., Меликян А.А. Игровые задачи управления и поиска. М.: Наука, 1978.
4. Красовский Н.Н., Осипов Ю.С. К теории дифференциальных игр с неполной информацией // Докл. АН СССР. 1974. Т. 215, № 4. С. 780–783.
5. Субботина Н.Н., Субботин А.И. Игровая задача управления при неполной информации // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1977. № 5. С. 14–23.
6. Кумков С.И., Пацко В.С. Импульсные коррекции в задаче преследования с неполной информацией // Изв. РАН. Техн. кибернетика. 1994. № 3. С. 115–126.
7. Кумков С.И., Пацко В.С. Оптимальные стратегии в задаче преследования с неполной информацией // ПММ. 1995. Вып. 1. С. 84–97.
8. Кумков С.И., Пацко В.С. Оптимальные стратегии в игре преследования с неполной информацией // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН, 1994. Т. 3. С. 88–115.
9. Симоненко В.А., Ногин В.Н., Петров Д.В., Шубин О.Н. Воздействие ядерных взрывов на опасные космические объекты // Сборник тезисов Международной конференции "Проблемы защиты Земли от столкновения с опасными космическими объектами". Снежинск, 1994. Ч. 2. С. 119–123.
10. Рудин В.Н., Ильин В.В. Проблемы сближения и перехвата ОКО // Там же. Ч. 1. С. 78–79.