

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РФ АО «КОНЦЕРН «ЦНИИ «ЭЛЕКТРОПРИБОР»
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ РАН
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ (ИТМО)
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ»
ИМЕНИ В. И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
ФГБОУ ВО «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Э. БАУМАНА»
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ) (МГТУ ИМ. Н. Э. БАУМАНА)
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОВЕДЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК (ИПМАШ РАН)
ВУНЦ ВМФ «ВОЕННО-МОРСКАЯ АКАДЕМИЯ ИМ. АДМИРАЛА ФЛОТА СОВЕТСКОГО СОЮЗА Н. Г. КУЗНЕЦОВА»

9-я РОССИЙСКАЯ МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИЯ ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ ПРЕЗИДИУМА МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИИ
АКАДЕМИК РАН В. Г. ПЕШЕХОНОВ



4 – 6 октября 2016 г.
ГНЦ РФ АО «КОНЦЕРН «ЦНИИ «ЭЛЕКТРОПРИБОР»
Санкт-Петербург

ПРИ ПОДДЕРЖКЕ:

- РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ (РФФИ)
- ОТДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИКИ, МАШИНОСТРОЕНИЯ, МЕХАНИКИ И ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ РАН
- ОТДЕЛЕНИЯ НАНОТЕХНОЛОГИЙ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ РАН
- МЕЖДУНАРОДНОЙ ОБЩЕСТВЕННОЙ ОРГАНИЗАЦИИ
«АКАДЕМИЯ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ»
- САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОЙ ТЕРРИТОРИАЛЬНОЙ ГРУППЫ РОССИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО КОМИТЕТА
ПО АВТОМАТИЧЕСКОМУ УПРАВЛЕНИЮ
- ЖУРНАЛА «ГИРОСКОПИЯ И НАВИГАЦИЯ»

**МАТЕРИАЛЫ XXX КОНФЕРЕНЦИИ
ПАМЯТИ ВЫДАЮЩЕГОСЯ КОНСТРУКТОРА
ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ Н.Н.ОСТРЯКОВА**

Санкт-Петербург
2016

УДК 531.383+621.396.98+527+629.196.3+531.5

Материалы XXX конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н. Н. Острякова. – СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. – 506 с.

В настоящем сборнике опубликованы доклады, включенные в программу XXX конференции памяти Н.Н.Острякова, проводимой в рамках 9-й Российской мультikonференции по проблемам управления.

В докладах представлен круг вопросов, связанных с гироскопическими чувствительными элементами систем навигации и управления, гироскопическими и интегрированными инерциально-спутниковыми системами, обработкой навигационной информации и управлением движением, электроникой, автоматикой и вычислительной техникой бортовых систем управления и навигационных комплексов.

В секции 3 работает подсекция, доклады которой посвящены проблеме измерения геофизических полей и их применения в задачах навигации.

Тексты докладов публикуются в авторской редакции.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ
ПРОГРАММНОГО КОМИТЕТА XXX КОНФЕРЕНЦИИ ПАМЯТИ Н. Н. ОСТРЯКОВА
ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР АО «КОНЦЕРН «ЦНИИ «ЭЛЕКТРОПРИБОР»
АКАДЕМИК РАН **В. Г. ПЕШЕХОНОВ**

ЧЛЕНЫ ПРОГРАММНОГО КОМИТЕТА КОНФЕРЕНЦИИ:

Г. И. Емельянцев	Ю. А. Литманович
В. М. Зиненко	Н. А. Лукин
Д. М. Климов	А. В. Соколов
Н. В. Колесов	А. И. Соколов
С. Ф. Коновалов	О. А. Степанов
Д. А. Кошаев	Ю. В. Филатов
Б. Е. Ландау	Б. Л. Шарыгин

ПРИМЕНЕНИЕ РЕДУЦИРОВАННЫХ ФИЛЬТРОВ ДЛЯ ОДНОВРЕМЕННОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИЙ МНОГИХ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ И СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ОШИБОК НЕСКОЛЬКИХ РЛС

Д. А. Бедин¹, А. П. Денисов²

ФГБУН «Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского» УрО РАН,
Екатеринбург. E-mail: bedin@imm.uran.ru

Ключевые слова: рекуррентное оценивание, фильтр Калмана, алгоритм Interacting Multiple Model (IMM)

В работе исследуется прикладная задача одновременного наблюдения за многими воздушными судами (ВС) при помощи нескольких РЛС, также имеющих неизвестные параметры, которые характеризуют их работу, и нуждаются в одновременном оценивании. Предложена схема рекуррентного оценивания, состоящая из отдельных взаимодействующих фильтров Калмана для рассматриваемых объектов. Схема подходит для случая нестационарного движения ВС и сводится к применению модифицированного алгоритма IMM.

Введение

Рассматривается задача одновременного наблюдения за многими воздушными судами (ВС) при помощи системы из нескольких радиолокационных станций (РЛС). Измерения РЛС подвержены ошибкам: различают ошибки случайной природы и неслучайные искажения - систематические ошибки. Изучается случай, когда систематические ошибки описываются параметрической моделью.

Для правильного восстановления координат движущихся ВС необходимо вносить коррекции, устраняя воздействия систематических ошибок. По мнению многих авторов [1, 2], естественным является подход, в котором такая задача сводится к фильтрации с совместным определением в режиме on-line как параметров движения ВС, так и параметров, характеризующих систематические ошибки.

Для задач фильтрации «эталонным» алгоритмом является фильтр Калмана (ФК), реализующий оптимальную линейную несмещённую оценку. Его можно применять для рассматриваемой системы в случае простой модели движения ВС, например, для прямолинейного и равномерного движения.

Решение задачи при помощи ФК требует операций с большим фазовым вектором, включающим в себя параметры движения всех ВС и параметры систематических ошибок всех РЛС. Это кажется неестественным, т.к. динамика каждого из этих объектов является независимой от других. Возникает желание разделить вычисления по отдельным объектам. Однако, каждое измерение производится таким образом, что в уравнении наблюдения представлены подлежащие определению переменные как наблюдаемого ВС, так и наблюдающей РЛС. Такое «сцепление» параметров приводит к тому, что вычисляемый коэффициент фильтра Калмана является ненулевым одновременно по всем параметрам, в том числе тех ВС и РЛС, которые в текущем измерении не участвуют, и разделение вычислений на отдельные блоки не получается. Вследствие такой «неразделимости», решение при помощи ФК требует больших вычислительных ресурсов и его сложно реализовать в реальных программах, где предпочтительна обработка движения каждого ВС отдельным фильтром.

Предлагается обеспечить разделение общего оператора оценивания на отдельные фильтры по отдельным группам параметров, отойдя от классического ФК. Каждый отдельный фильтр почти полностью по своим формулам повторяет ФК, однако имеются две особенности. Во-первых, в уравнении коррекции используется доступная на текущий момент времени оценка параметра, «сцеплённого» по уравнению наблюдения. Т.е. если рассматривается фильтр для параметров движения ВС, берётся оценка систематических ошибок РЛС и наоборот. Эта оценка используется в фильтре так, как будто бы это была не случайная, а детерминированная величина – без каких-либо сведений об её дисперсии и ковариациях с остальными переменными. Второй особенностью является то, что в модель движения вносится изменение – принимается, что на систему воздействует шум, больший, чем в исходной модели. Делается это для того, чтобы компенсировать отказ от рассмотрения кросс-ковариаций между переменными, относящимися к фильтру, и другими группами переменных.

Такой алгоритм является очень естественным и в том или ином виде часто применяется при рассмотрении инженерных задач. Авторы поставили своей целью протестировать такой подход для конкретной проблемы. Показано, что точность оценивания всего фазового вектора лишь немногим уступает точности оценивания с помощью ФК. При этом вычислительная нагрузка алгоритма значительно меньше, чем для ФК. Также алгоритм более удобен для программной реализации. Работа алгоритма проверена на модельных и реальных данных радиолокационных измерений.

¹ Младший научный сотрудник.

² Математик.

Метод, положенный в основу алгоритма, расширен на случай нестационарного характера движения ВС. В таком случае, частные фильтры, связанные с движениями ВС, основываются на методе Interacting Multiple Model (ИММ) [1, 3]. Схема взаимодействия фильтров друг с другом при этом лишь незначительно отличается от схемы с фильтрами на базе ФК. Так же как и для случая стационарного движения, работа метода проверена путём моделирования и работой на реальных данных радиолокационных измерений.

Наблюдение за многими ВС с помощью РЛС

Рассмотрим вектор ϕ , содержащий все неизвестные величины на момент t : текущие положения нескольких ВС, их скорости, значения систематических ошибок у всех РЛС

$$\phi(t)^T = [\chi_1(t)^T \quad \dots \quad \chi_n(t)^T \quad \varsigma_1(t)^T \quad \dots \quad \varsigma_m(t)^T].$$

Здесь $\chi_1(t), \dots, \chi_n(t)$ – векторы-столбцы параметров движения ВС числом n , $\varsigma_1(t), \dots, \varsigma_m(t)$ – параметры систематических ошибок для РЛС числом m . Для задачи с постоянными систематическими ошибками по дальности и азимуту будем считать

$$\varsigma_j(t)^T = [\Delta_j^r(t) \quad \Delta_j^a(t)],$$

где скалярные параметры: Δ_j^r – постоянная систематическая ошибка по дальности r для j РЛС, а Δ_j^a – постоянная систематическая ошибка по азимуту a для j РЛС.

Вектор параметров $\chi_i(t)$ движения ВС i сильно зависит от модели движения. Однако все известные модели так или иначе включают в себя положение ВС и его скорость. Для прямолинейного равномерного движения это единственные определяемые параметры и $\chi_i(t)^T = [x_i(t)^T \quad v_i(t)^T]$, где $x_i(t)$ – вектор положения, а $v_i(t)$ – вектор скорости i ВС.

Измерения РЛС строятся по следующему правилу:

$$z_{ij}(t) = x_i(t) + s_j(\varsigma_j, x_i(t)) + w_j(t). \quad (1)$$

Здесь $z_{ij}(t)$ – вектор измерения в момент t , s_j – вектор сдвига для j РЛС, возникающий из-за воздействия систематической ошибки ς_j , $w_j(t)$ – вектор случайной ошибки для радиолокатора j в момент t .

Таким образом, измерения существенным образом зависят как от χ_i , так и ς_j . Из-за этого классические методы оценивания, такие как рекуррентная оценка метода наименьших квадратов или фильтр Калмана, оптимальные для рассматриваемой задачи, требуют участия в расчётах всего фазового вектора ϕ а также больших, рассчитанных на весь вектор ϕ матриц ковариаций ошибок оценивания. Однако это попросту неудобно – вместо n отдельных движений ВС, которые можно обрабатывать независимо, требуется обрабатывать совместную оценку. При этом, например, в фильтре Калмана на этапе коррекции, связанным с измерением $z_{ij}(t)$, производимым РЛС с номером j над ВС с номером i , коррекции подвергаются не только оценки $\bar{\chi}_i(t)$, $\bar{\varsigma}_j(t)$, но и все остальные $\bar{\chi}_p(t)$, $\bar{\varsigma}_q(t)$ для $p \neq i$, $q \neq j$. В такой конфигурации алгоритма очень неудобно добавлять новые ВС или новые РЛС, а также как выводить ВС из рассмотрения, когда они покинули зону наблюдения.

Также очень важным является вопрос вычислительной нагрузки. Вычисления фильтра Калмана сводятся к матричным операциям, среди которых есть перемножения матриц порядка размерности системы. Для вектора-столбца ϕ , содержащего n столбцов параметров ВС и m параметров РЛС, каждый из которых имеет размерности l_{air} и l_{rad} , общая размерность будет $n l_{air} + m l_{rad}$. Перемножение матриц приведёт к $O((n l_{air} + m l_{rad})^3)$ операциям, поскольку матрицы не являются разреженными. Для n фильтров по отдельным ВС в случае отсутствия систематических ошибок количество операций оценивается как $n O(l_{air}^3)$, т.е. вообще имеет линейный по n порядок. Аналогично для m фильтров по систематическим ошибкам количество операций будет $m O(l_{rad}^3)$.

Отметим, что в реальных задачах требуется оценивать параметры движений ВС с неизвестным управлением – траектория может содержать большое количество манёвров. Это приводит к использованию метода ИММ в случае отсутствия систематических ошибок. Если использовать метод ИММ для полного вектора ϕ , содержащего параметры всех ВС и всех РЛС, различие в вычислительной нагрузке ста-

нет ещё более существенным. При этом остаётся много вопросов, как конкретно спроектировать метод ИММ для такого вектора, какими должны быть модели движения для ϕ , как эти модели соотносятся с моделями движения отдельных ВС? Пусть количество моделей (вариантов движения) для отдельного ВС равно q . Если использовать независимо все варианты движения для различных ВС, для всего вектора ϕ требуется qn моделей, что приводит к общему количеству операций, равному $O(nq(nl_{air} + ml_{rad})^3) \approx O(n^4)$. Такая трудоёмкость уже является значительным сдерживающим фактором для использования в реальных системах.

Алгоритм Blom для случая фильтра Калмана

Рассмотрим алгоритм субоптимального оценивания, позволяющий добиться разделения вычислений на отдельные фильтры по разным ВС и РЛС. Сначала опишем случай для движения с предопределённой динамикой, без манёвров и неизвестного управления. Впервые для данной задачи эту простую эффективную схему предложил Blom в работе [2].

Идея упрощённого оценивания по Blom очень простая: отдельные компоненты большой системы (в нашем случае вектора ϕ) обрабатываются отдельными фильтрами Калмана так, как если бы других компонент не существовало. При этом в уравнения каждого фильтра Калмана на этапе коррекции подставляются измерения с поправкой на влияние остальных компонент.

Опишем уравнения упрощённой фильтрации. Для уравнения наблюдения (1) применяем частично линейризованное описание:

$$\begin{aligned} z_{ij}(t_k) &= C_i^\chi(t_k)\chi_i(t_k) + C_j^\varsigma(\chi_i(t_k))\varsigma_j(t_k) + D_j(\chi_i(t_k))w_j(t) = \\ &= x_i(t_k) + C_j^\varsigma(\chi_i(t_k))\varsigma_j(t_k) + D_j(\chi_i(t_k))w_j(t). \end{aligned}$$

Здесь $C_i^\chi(t_k)\chi_i(t_k) = x_i(t_k)$. Матрицы C_j^ς , D_j связаны с радиальным и трансверсальным направлениями в точке пространства x_i относительно положения РЛС j и, хоть и зависят от положения ВС, но зависимость эта слабая. Практически во всех случаях возможно использовать приближение $C_i^\chi(\chi_i(t_k)) \approx C_i^\chi(\hat{\chi}_i(t_k))$, $D_j^\varsigma(\chi_i(t_k)) \approx D_j^\varsigma(\hat{\chi}_i(t_k))$, где $\hat{\chi}_i$ - любая оценка вектора χ_i . Случайная ошибка измерения w_j имеет следующие свойства:

$$E\{w_j\} = 0, \quad Var\{w_j\} = W_j.$$

В общем виде движение системы описывается так:

$$\begin{aligned} \chi_i(t_k) &= A_i^\chi(t_k)\chi_i(t_{k-1}) + B_i^\chi(t_k)v_i^\chi(t_k), \\ \varsigma_j(t_k) &= A_j^\varsigma(t_k)\varsigma_j(t_{k-1}) + B_j^\varsigma(t_k)v_j^\varsigma(t_k). \end{aligned}$$

Здесь векторы v_i^χ , v_j^ς задают предполагаемую случайную ошибку динамики системы со свойствами:

$$E\{v_i^\chi\} = E\{v_j^\varsigma\} = 0, \quad Var\{v_i^\chi\} = V_i^\chi, \quad Var\{v_j^\varsigma\} = V_j^\varsigma.$$

На самом деле в реальном движении никакой ошибки динамики может и не быть, или она может отличаться от v_i^χ , v_j^ς , но введение предполагаемых матриц ковариации V_i^χ , V_j^ς в численные методы может иметь глубокий смысл. Матрицы $B_i^\chi(t)$, $B_j^\varsigma(t)$ нужны для более гибкого описания как воздействует на систему ошибка динамики. Далее в тексте скобки аргументов у матриц C_i^χ , C_j^ς , ... будут опускаться, если это не вызывает двусмысленности.

Алгоритм фильтрации для переменных χ_i , описывающих движение ($i = 1, \dots, n$), описывается соотношениями, повторяющимися почти во всём фильтр Калмана [3, 4].

Этап предсказания:

$$\begin{aligned} \bar{\chi}_i(t_k) &= A_i^\chi(t_k)\hat{\chi}_i(t_{k-1}), \\ \bar{R}_i^\chi(t_k) &= A_i^\chi(t_k)\hat{R}_i^\chi(t_{k-1})A_i^\chi(t_k)^T + B_i^\chi(t_k)V_i^\chi B_i^\chi(t_k)^T. \end{aligned} \quad (2)$$

Этап коррекции:

$$\begin{aligned} \hat{\chi}_i(t_k) &= \bar{\chi}_i(t_k) + K_i^\chi(t_k)(z_{ij}(t_k) - C_i^\chi\bar{\chi}_i(t_k) - C_j^\varsigma\bar{\varsigma}_j(t_k)), \\ \hat{R}_i^\chi(t_k) &= \bar{R}_i^\chi(t_k) - K_i^\chi(t_k)S_i^\chi(t_k)K_i^\chi(t_k)^T = \bar{R}_i^\chi(t_k) - \bar{R}_i^\chi(t_k)C_i^{\chi T}S_i^\chi(t_k)^{-1}C_i^\chi\bar{R}_i^\chi(t_k). \end{aligned} \quad (3)$$

Коэффициент фильтра K_i^χ и матрица S_i^χ , используемая как матрица ковариации прогнозного измерения, пересчитываются по правилу:

$$\begin{aligned} S_i^\chi(t_k) &= C_i^\chi \bar{R}_i^\chi(t_k) C_i^{\chi T} + D_j W_j D_j^T, \\ K_i^\chi(t_k) &= \bar{R}_i^\chi(t_k) C_i^{\chi T} S_i^\chi(t_k)^{-1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Видно, что в формулах для вычисления K_i^χ и S_i^χ не участвует матрица C_j^ζ , а также какие-либо матрицы, связанные с ковариациями ошибок оценивания ζ_j или совместными кросс-ковариациями ошибок оценивания χ_i и ζ_j . Матрица \bar{R}_i^χ (и \hat{R}_i^χ) играет в формулах ту же самую роль, что и матрица ковариаций ошибок оценивания в фильтре Калмана, но не являются ей, также как и S_i^χ , не является истинной матрицами ковариаций прогнозного измерения. Истинные матрицы ковариаций должны пересчитываться с учётом всего фазового вектора, а в данном случае это не так. Таким образом, пересчитываемые в алгоритме S_i^χ , \bar{R}_i^χ и \hat{R}_i^χ являются лишь приближениями к соответствующим истинным матрицам.

Формулы для фильтров, оценивающих параметры систематических ошибок ζ_j ($j = 1, \dots, m$), получаются аналогично, с заменой матриц с индексом χ на соответствующие матрицы с индексом ζ .

Введём следующие обозначения для матрицы ковариаций ошибки оценивания для общей прогнозной оценки вектора Φ :

$$\bar{P}(t_k) = \begin{bmatrix} \bar{P}_{11}^{\chi\chi} & \dots & \bar{P}_{1m}^{\chi\zeta} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{P}_{m1}^{\zeta\chi} & \dots & \bar{P}_{mm}^{\zeta\zeta} \end{bmatrix} (t_k) = \begin{bmatrix} Cov\{\bar{\chi}_1 - \chi_1, \bar{\chi}_1 - \chi_1\} & \dots & Cov\{\bar{\chi}_1 - \chi_1, \bar{\zeta}_m - \zeta_m\} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov\{\bar{\zeta}_m - \zeta_m, \bar{\chi}_1 - \chi_1\} & \dots & Cov\{\bar{\zeta}_m - \zeta_m, \bar{\zeta}_m - \zeta_m\} \end{bmatrix} (t_k),$$

и для матрицы ковариации ошибки основной оценки по измерениям до момента t_k включительно:

$$\hat{P}(t_k) = \begin{bmatrix} \hat{P}_{11}^{\chi\chi} & \dots & \hat{P}_{1m}^{\chi\zeta} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{P}_{m1}^{\zeta\chi} & \dots & \hat{P}_{mm}^{\zeta\zeta} \end{bmatrix} (t_k) = \begin{bmatrix} Cov\{\hat{\chi}_1 - \chi_1, \hat{\chi}_1 - \chi_1\} & \dots & Cov\{\hat{\chi}_1 - \chi_1, \hat{\zeta}_m - \zeta_m\} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov\{\hat{\zeta}_m - \zeta_m, \hat{\chi}_1 - \chi_1\} & \dots & Cov\{\hat{\zeta}_m - \zeta_m, \hat{\zeta}_m - \zeta_m\} \end{bmatrix} (t_k).$$

Введём «большой» коэффициент коррекции и «большую» матрицу наблюдения

$$\begin{aligned} K(t_k)^T &= [0 \dots 0 K_i^\chi(t_k)^T 0 \dots 0 K_j^\zeta(t_k)^T 0 \dots 0], \\ C(t_k) &= [0 \dots 0 C_i^\chi(t_k) 0 \dots 0 C_j^\zeta 0 \dots 0]. \end{aligned}$$

Для оценки, получаемой при помощи указанных формул, выполняется условие несмещённости [4]

$$E\{\bar{\Phi}(t_k)\} = E\{\hat{\Phi}(t_k)\} = E\{\Phi(t_k)\}.$$

Вследствие этого истинные матрицы ковариаций ошибок оценивания пересчитываются по правилу:

$$\begin{aligned} \bar{P}(t_k) &= A(t_k) \hat{P}(t_{k-1}) A(t_k)^T + B(t_k) V B(t_k)^T, \\ \hat{P}(t_k) &= (I - KC) \bar{P}(t_k) (I - KC)^T + KD(t_k) W D(t_k)^T K^T. \end{aligned}$$

Последнее соотношение известно как формула Йозефа [1]. Здесь

$$\begin{aligned} A(t_k) &= diag\{A_1^\chi(t_k), \dots, A_n^\chi(t_k), A_1^\zeta(t_k), \dots, A_m^\zeta(t_k)\}, \\ B(t_k) &= diag\{B_1^\chi(t_k), \dots, B_n^\chi(t_k), B_1^\zeta(t_k), \dots, B_m^\zeta(t_k)\}, \end{aligned}$$

$$V = diag\{V_1^\chi, \dots, V_n^\chi, V_1^\zeta, \dots, V_m^\zeta\}, D = diag\{D_1, \dots, D_m\}, W = diag\{W_1, \dots, W_m\}.$$

Было выяснено, что для корректной работы алгоритма необходимо задавать матрицы ковариации V_j^ζ , $V_i^{\chi(l)}$ случайной ошибки динамики несколько большие, чем их истинные значения. Так, если шум динамики на самом деле отсутствует, и все системы являются детерминированными, то, если задавать V_j^ζ , $V_i^{\chi(l)}$ равными нулю, при интегрировании соотношений (2)-(4) оценки $\hat{\chi}_i(t_k)$ не сходятся к истинным значениям $\chi_i(t_k)$, также как и оценки $\hat{\zeta}_j(t_k)$. Добавление в систему небольших положительно определённых матриц V_j^ζ , $V_i^{\chi(l)}$ стабилизирует решение и обеспечивает малое отклонение $\hat{\chi}_i(t_k)$ от $\chi_i(t_k)$,

$\hat{\zeta}_j(t_k)$ от $\zeta_j(t_k)$ Теоретического описания, каким образом в точности происходит стабилизация, на настоящий момент авторами не получено, как и оценки того, насколько больше истинных необходимо брать матрицы V_j^{ζ} , $V_i^{\chi(l)}$. Однако можно утверждать, что механизм действия стабилизации заключается в компенсации отсутствия в соотношениях (4) матриц кросс-ковариаций между переменными χ_i и ζ_j .

Так, в случае «истинной» фильтрации Калмана уравнения (4) должны выглядеть [2] следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_i^{\chi}(t_k) &= C_i^{\chi} \bar{P}_{ii}^{\chi\chi}(t_k) C_i^{\chi T} + C_i^{\chi} \bar{P}_{ij}^{\chi\zeta}(t_k) C_j^{\zeta T} + C_j^{\zeta} \bar{P}_{ji}^{\zeta\chi}(t_k) C_i^{\chi T} + C_j^{\zeta} \bar{P}_{jj}^{\zeta\zeta}(t_k) C_j^{\zeta T} + D_j W_j D_j^T, \\ \tilde{K}_i^{\chi}(t_k) &= \bar{P}_{ii}^{\chi\chi}(t_k) C_i^{\chi T} \tilde{S}_i^{\chi}(t_k)^{-1} + \bar{P}_{ij}^{\chi\zeta}(t_k) C_j^{\zeta T} \tilde{S}_i^{\chi}(t_k)^{-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Пусть в момент времени t_k оценочная матрица \bar{R}_i^{χ} совпадает с истинной матрицей ковариации: $\bar{R}_i^{\chi}(t_k) = \bar{P}_{ii}^{\chi\chi}(t_k)$, а кросс-ковариации равны нулю: $\bar{P}_{ij}^{\chi\zeta}(t_k) = 0$, $\bar{P}_{ji}^{\zeta\chi}(t_k) = 0$. Тогда, поскольку $\bar{P}_{jj}^{\zeta\zeta}(t_k) \geq 0$ (все неравенства для матриц здесь понимаются в смысле положительной определённости), выполняется $\tilde{S}_i^{\chi}(t_k) \geq S_i^{\chi}(t_k)$ и, следовательно, $\tilde{S}_i^{\chi}(t_k)^{-1} \leq S_i^{\chi}(t_k)^{-1}$. По уравнению (5), это приводит к тому, что элементы матричного коэффициента Калмана $\tilde{K}_i^{\chi}(t_k)$ в целом меньше элементов коэффициента $K_i^{\chi}(t_k)$ для предлагаемого фильтра. Формула (3) также даёт следующее неравенство $\hat{P}_{ii}^{\chi\chi}(t_k) \geq \hat{R}_i^{\chi}(t_k)$.

В общем случае, когда кросс-ковариации $\bar{P}_{ij}^{\chi\zeta}(t_k)$, $\bar{P}_{ji}^{\zeta\chi}(t_k)$ не являются нулевыми, анализ становится непростым. Однако моделирование подтверждает, что свойство $\hat{P}_{ii}^{\chi\chi}(t_k) \geq \hat{R}_i^{\chi}(t_k)$ имеет место в случае одинаковых матриц V_j^{ζ} , $V_i^{\chi(l)}$, используемых в этих двух алгоритмах. Увеличение матриц V_j^{ζ} , $V_i^{\chi(l)}$ в «разделённом» алгоритме приводит к компенсации свойства на матрицы ковариаций: $\hat{P}_{ii}^{\chi\chi}(t_k) \approx \hat{R}_i^{\chi}(t_k)$, и к стабилизации оценок $\hat{\chi}_i(t_k)$, $\hat{\zeta}_j(t_k)$. Важность учёта кросс-ковариаций в случае применения «разделённых» алгоритмов показывалась ранее многими авторами, например в [5].

Алгоритм Blom для случая фильтра IMM

Далее рассмотрим алгоритм, который является естественным продолжением изложенной выше схемы на случай маневрирующих ВС и использования метода IMM.

Приведём соотношения алгоритма IMM [3] для общего случая. Движение наблюдаемого объекта моделируется при помощи нескольких вариантов динамики. Будем использовать для числа вариантов символ N . Используется линейное описание динамики, в случае нелинейных соотношений они линеаризуются. Верхний индекс (l) будет обозначать соотношения, связанные с k моделью движения. Без соответствующего индекса – связанные с оценкой движения в целом. Все формулы будут записываться для фазового вектора χ , поскольку именно для движения ВС характерно такое описание.

$$\chi_i(t_k) = A_i^{\chi(l)}(t_k) \chi_i(t_{k-1}) + B_i^{\chi(l)}(t_k) v_i^{\chi}(t_k).$$

Индекс (l) , обозначающий какая именно из «динамик» действует, можно рассматривать как управление $u((t_{k-1}, t_k]) = l$, действующее на временном полуинтервале $(t_{k-1}, t_k]$. Последовательность индексов соответствует функции управления $u(\cdot)$. Будем пока опускать индекс i объекта, поскольку все формулы ниже относятся к единственному объекту.

Истинное управление неизвестно, применяется следующая его вероятностная модель. Считается, что переключения с одной модели движения на другую происходят случайно, задаётся матрица априорных вероятностей переключения.

$$\pi_{lp} = P\{u((t_{k-1}, t_k]) = l | u((t_{k-2}, t_{k-1}]) = p\}, \quad \Pi = \{\pi_{lp}((t_{k-2}, t_{k-1}])\}_{l,p=1}^n.$$

Метод IMM связан с оценкой вероятностей каждого управления. При этом оцениваются вероятности $\hat{\mu}^{(l)}(t_k)$ последнего участка управления $u((t_{k-1}, t_k])$, а также «прогнозные» вероятности $\bar{\mu}^{(l)}(t_k)$, строящиеся без учёта последнего измерения $z(t_k)$:

$$\hat{\mu}^{(l)}(t_k) = P\{u((t_{k-1}, t_k]) = l | \{z(t_q)\}_{q=1}^k\}, \quad \bar{\mu}^{(l)}(t_k) = P\{u((t_{k-1}, t_k]) = l | \{z(t_q)\}_{q=1}^{k-1}\}.$$

Последние пересчитываются по правилу $\bar{\mu}(t_k) = \Pi \hat{\mu}(t_k)$.

Также используется условная вероятность $\mu^{lp}(t_k) = \frac{\pi_{lp} \hat{\mu}^{(p)}(t_{k-1})}{\bar{\mu}^{(l)}(t_k)}$.

В алгоритме пересчитываются несколько частных оценок. Каждая из оценок связана с предположением $u((t_{k-1}, t_k]) = l$ для некоторого l . При этом используется два варианта оценок: $\hat{\chi}^{(l)}(t_k)$ с учётом последнего измерения в момент t_k , и без его учёта – $\bar{\chi}^{(l)}(t_k)$. В случае, когда истинное движение допускает вероятностную интерпретацию и его характеристики совпадают с модельными предположениями, выполняется

$$\begin{aligned}\bar{\chi}^{(l)}(t_k) &= E \left\{ \chi^{(l)}(t_k) \mid u((t_{k-1}, t_k]) = l, \{z(t_q)\}_{q=1}^{k-1} \right\}, \\ \hat{\chi}^{(l)}(t_k) &= E \left\{ \chi^{(l)}(t_k) \mid u((t_{k-1}, t_k]) = l, \{z(t_q)\}_{q=1}^k \right\}.\end{aligned}$$

Вместе с оценками формируются и матрицы ковариаций (условные) их ошибок:

$$\begin{aligned}\bar{P}^{(l)}(t_k) &= \text{Var} \left\{ \bar{\chi}^{(l)}(t_k) - \chi^{(l)}(t_k) \mid u((t_{k-1}, t_k]) = l \right\}, \\ \hat{P}^{(l)}(t_k) &= \text{Var} \left\{ \hat{\chi}^{(l)}(t_k) - \chi^{(l)}(t_k) \mid u((t_{k-1}, t_k]) = l \right\}.\end{aligned}$$

Прогнозная оценка на интервале $(t_{k-1}, t_k]$ требует дополнительного начального условия

$$\tilde{\chi}^{(l)}(t_{k-1}) = E \left\{ \chi^{(l)}(t_{k-1}) \mid u((t_{k-1}, t_k]) = l, \{z(t_q)\}_{q=1}^{k-1} \right\},$$

оно формируется по формуле

$$\tilde{\chi}^{(l)}(t_{k-1}) = \sum_{p=1}^N \mu^{lp}(t_k) \hat{\chi}^{(p)}(t_{k-1}),$$

и имеет следующую матрицу ковариации ошибки оценивания:

$$\begin{aligned}\tilde{P}^{(l)}(t_{k-1}) &= \text{Var} \left\{ \tilde{\chi}^{(l)}(t_{k-1}) - \chi^{(l)}(t_{k-1}) \mid u((t_{k-1}, t_k]) = l \right\} = \\ &= \sum_{p=1}^N \mu^{lp}(t_k) \left(\hat{P}^{(l)}(t_{k-1}) + (\tilde{\chi}^{(l)}(t_{k-1}) - \hat{\chi}^{(l)}(t_{k-1})) (\tilde{\chi}^{(l)}(t_{k-1}) - \hat{\chi}^{(l)}(t_{k-1}))^T \right).\end{aligned}$$

Дальнейшее формирование оценок $\bar{\chi}^{(l)}(t_k)$ и $\hat{\chi}^{(l)}(t_k)$, а также их матриц ковариаций производится также как и при фильтрации Калмана для фиксированного управления $u((t_{k-1}, t_k]) = l$:

$$\begin{aligned}\bar{\chi}^{(l)}(t_k) &= A^{(l)}(t_k) \tilde{\chi}^{(l)}(t_{k-1}), \\ \bar{P}^{(l)}(t_k) &= A^{(l)}(t_k) \bar{P}^{(l)}(t_{k-1}) A^{(l)}(t_k)^T + B^{(l)}(t_k) V^{(l)} B^{(l)}(t_k)^T, \\ S^{(l)}(t_k) &= C^{(l)} \bar{P}^{(l)}(t_k) C^{(l)T} + D W D^T, \\ K^{(l)}(t_k) &= \bar{P}^{(l)} C^{(l)T} S^{(l)}(t_k)^{-1}, \\ \hat{\chi}^{(l)}(t_k) &= \bar{\chi}^{(l)}(t_k) + K^{(l)}(t_k) (z_i(t_k) - C^{(l)} \bar{\chi}^{(l)}(t_k)), \\ \hat{P}^{(l)}(t_k) &= \bar{P}^{(l)}(t_k) - K^{(l)}(t_k) S^{(l)}(t_k) K^{(l)}(t_k)^T.\end{aligned}\tag{6}$$

Эти частные оценки используются для обновления вероятностей значения управления $u((t_{k-1}, t_k]) = l$ и формирования общей, окончательной оценки по итогам всех произведённых измерений $\{z(t_q)\}_{q=1}^k$. Обновление вероятностей строится из предположения $z_i(t_k) - C^{(l)} \bar{\chi}^{(l)}(t_k) \sim N(0, S^{(l)}(t_k))$. При этом используется следующая функция правдоподобия (здесь ρ функция плотности соответствующего нормального распределения)

$$L^{(l)}(t_k) = \rho_{N(0, S^{(l)}(t_k))} (z_i(t_k) - C^{(l)} \bar{\chi}^{(l)}(t_k)).$$

Обновление вероятностей производится по правилу

$$\hat{\mu}^{(l)}(t_k) = \frac{\bar{\mu}^{(l)}(t_k) L^{(l)}(t_k)}{\sum_{p=1}^N \bar{\mu}^{(p)}(t_k) L^{(p)}(t_k)}.$$

Формирование окончательной оценки производится по формулам:

$$\hat{\chi}(t_k) = \sum_{p=1}^N \hat{\mu}^{(p)}(t_k) \hat{\chi}^{(p)}(t_k), \quad (7)$$

$$\hat{P}(t_k) = \text{Var}\{\hat{\chi}(t_k) - \chi(t_k)\} = \sum_{p=1}^N \hat{\mu}^{(p)}(t_k) \left(\hat{P}^{(p)}(t_k) + (\hat{\chi}(t_k) - \hat{\chi}^{(p)}(t_k)) (\hat{\chi}(t_k) - \hat{\chi}^{(p)}(t_k))^T \right).$$

В случае если выполняются все модельные предположения, справедливо $\hat{\chi}(t_k) = E\left\{\chi(t_k) \mid \{z(t_q)\}_{q=1}^k\right\}$.

Алгоритм (2)-(4), рассмотренный ранее для случая движения без манёвров, можно приспособить к ситуации, когда каждое ВС движется с неизвестным управлением. В этом случае для каждого ВС строится независимый фильтр, реализующий метод ИММ. Для систематической ошибки каждого РЛС строится свой фильтр Калмана. Вместо соотношения (6) в каждом фильтре для параметров движения ВС используется соотношение:

$$\hat{\chi}_i^{(l)}(t_k) = \bar{\chi}_i^{(l)}(t_k) + K_i^{\chi^{(l)}}(t_k) \left(z_{ij}(t_k) - C_i^{\chi^{(l)}} \bar{\chi}_i^{(l)}(t_k) - C_j^{\zeta} \bar{\zeta}_j(t_k) \right).$$

С фильтром для систематических ошибок дело обстоит более сложно. Для коррекции измерений предварительно формируется общая прогнозная оценка положения ВС (усреднение по всем моделям), которой нет в исходном методе ИММ. По сути это аналог соотношения (7) только для прогнозных оценок $\bar{\chi}_i^{(l)}(t_k)$:

$$\bar{\chi}(t_k) = \sum_{p=1}^N \bar{\mu}^{(p)}(t_k) \bar{\chi}^{(p)}(t_k).$$

Далее в фильтре Калмана для систематических ошибок этап коррекции производится с использованием этой оценки

$$\hat{\zeta}_j(t_k) = \bar{\zeta}_j(t_k) + K_j^{\zeta}(t_k) \left(z_{ij}(t_k) - C_i^{\chi} \bar{\chi}_i(t_k) - C_j^{\zeta} \bar{\zeta}_j(t_k) \right).$$

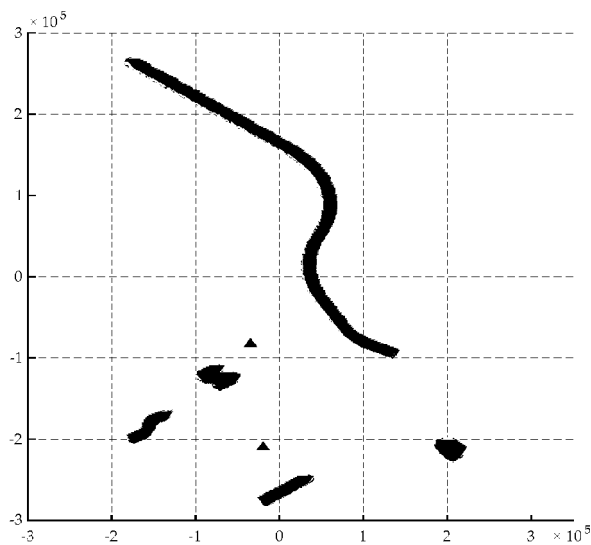


Рис. 1. Общий вид модельных движений

метрами:

Так же как и для алгоритма в случае движения без манёвров, моделирование показало возможность расходимости оценок $\hat{\chi}_i(t_k)$, $\hat{\zeta}_j(t_k)$ в случае, если матрицы шума V_j^{ζ} , $V_i^{\chi^{(l)}}$ в «разделённом» алгоритме равны истинным. Точно также оценки удавалось стабилизировать путём увеличения матриц V_j^{ζ} , $V_i^{\chi^{(l)}}$.

Численное моделирование

Предложенный алгоритм оценки фазового вектора с «разделением» фильтров по отдельным ВС был проверен путём численного моделирования. Исследование проводилось как на модельных данных, так и на реальных, предоставленных фирмой НИТА. Реальные данные взяты по Московской области. Для модельных данных были взяты три радиолокатора со следующими пара-

Радиолокаторы	Случайная ошибка	Систематическая ошибка
1	$\sigma^r = 15 \text{ м}, \sigma^a = 0.05 \text{ рад.}$	$\Delta^r = 400 \text{ м}, \Delta^a = -0.19 \text{ рад.}$
2	$\sigma^r = 15 \text{ м}, \sigma^a = 0.05 \text{ рад.}$	$\Delta^r = 130 \text{ м}, \Delta^a = -0.16 \text{ рад.}$
3	$\sigma^r = 15 \text{ м}, \sigma^a = 0.05 \text{ рад.}$	$\Delta^r = -300 \text{ м}, \Delta^a = 0.17 \text{ рад.}$

Моделируемые движения содержат различные манёвры: Движение по окружности с различной угловой скоростью, равноускоренное (равнозамедленное) движение, прямолинейное движение. Результат моделирования показаны на рис. 1 и 2. На рис. 1 представлен общий вид модельных траекторий. На рис. 2 представлен увеличенный фрагмент одной траектории. Пунктирной линией обозначено истинное движение, штриховой – восстановленное.

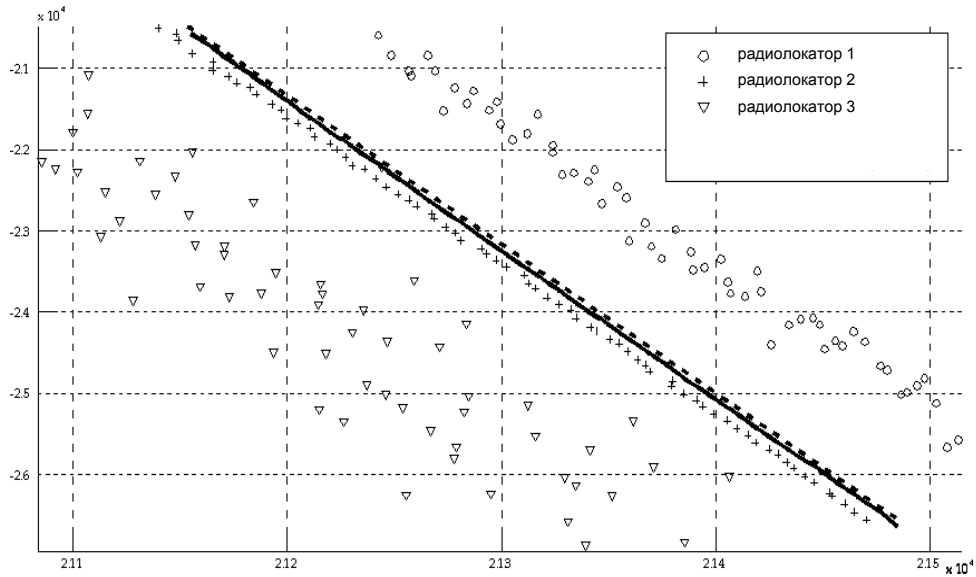


Рис. 2. Увеличенный фрагмент модельного движения вместе с восстановленной траекторией

На рис. 3 приведен участок реального движения с восстановленной траекторией. Данные измерений взяты из московской зоны наблюдения и предоставлены фирмой «НИТА», Санкт-Петербург.

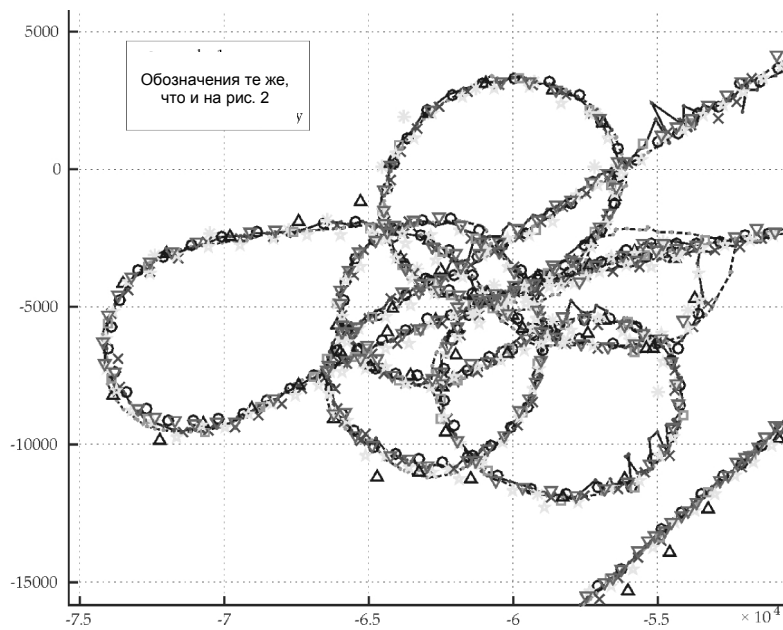


Рис. 3. Фрагмент реального движения вместе с восстановленной траекторией

ЛИТЕРАТУРА

1. **Taghavi E., Tharmarasa R., Kirubarajan, T. Bar-Shalom Y.** Bias Estimation for Practical Distributed Multi-radar-Multitarget Tracking Systems // Proceedings of Information Fusion (FUSION), 2013 16th International Conference on, 9-12 July 2013. - P. 1304-1311.
2. **Blom H.A.P., Van Doorn B.A.** Systematic Error Estimation in Multisensor Fusion Systems // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 1993. -Vol. 1954. P. 450-461.
3. **Коновалов А.А.** Основы траекторной обработки радиолокационной информации: в 2 ч. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. Ч. 2. -180 с.
4. **Степанов О.А.** Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2010.
5. **Castellanos J.A., Tardos J.D., Schmidt G.** Building a Global Map of the Environment of a Mobile Robot: The Importance of Correlations / Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'97), Albuquerque, New Mexico, USA, 1997. - P. 1053-1059.