

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ**

**ТРУДЫ
ИНСТИТУТА
МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ**

Том 15, № 3

2009

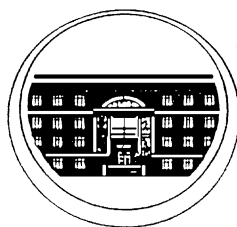
ТРУДЫ
ИНСТИТУТА
МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ
УрО РАН

ВЫХОДЯТ 4 РАЗА В ГОД

ТОМ 15

№ 3

2009



ЕКАТЕРИНБУРГ

Труды Института математики и механики УрО РАН. Том 15, № 3. Екатеринбург: ИММ УрО РАН, 2009. 284 с.

ISSN 0134-4889

Главный редактор чл.-корр. РАН В. И. Бердышев

Зам. гл. редактора В. В. Кабанов

Редакционная коллегия

Н. В. Величко, Л. П. Власов, М. И. Гусев, А. Р. Данилин,
А. Ф. Клейменов, А. С. Кондратьев, А. И. Короткий, В. И. Максимов,
О. Н. Ульянов (*отв. секретарь*)

Редакционный совет

чл.-корр. РАН В. В. Васин, акад. РАН И. И. Еремин,
акад. РАН А. М. Ильин, акад. РАН Н. Н. Красовский,
чл.-корр. РАН А. А. Махнев, акад. РАН Ю. С. Осипов,
чл.-корр. РАН Ю. Н. Субботин, чл.-корр. РАН В. Н. Ушаков,
чл.-корр. РАН А. Г. Ченцов

Отв. редактор выпуска А. Г. Ченцов

УДК 517.97, 62–50

**УПРАВЛЕНИЕ САМОЛЕТОМ НА ПОСАДКЕ
В УСЛОВИЯХ ВЕТРОВОГО ВОЗМУЩЕНИЯ¹****С. А. Ганебный, В. С. Пацко, С. Г. Пятко**

Результаты теории дифференциальных игр применены для построения адаптивного управления в линейных системах с неизвестным уровнем динамической помехи. Работоспособность метода демонстрируется на задаче посадки самолета при действии ветровой помехи.

Ключевые слова: адаптивное управление, дифференциальные игры, управление самолетом на посадке, ветровое возмущение, численные построения.

S. A. Ganebnyi, V. S. Patsko, S. G. Pyatko. Aircraft landing control under wind disturbances.

Results of differential game theory are applied to construct an adaptive control in linear systems with unknown level of dynamic disturbances. The efficiency of the method is exemplified by a problem of aircraft landing under wind disturbance.

Keywords: adaptive control, differential games, aircraft landing control, wind disturbance, numerical methods.

Введение

Посадка и взлет самолета в условиях ветрового возмущения — естественные примеры [1–6] использования современных методов математической теории управления и теории дифференциальных игр в прикладных задачах. Тем не менее при постановке задач сталкиваемся со следующей трудностью.

Самолет имеет четыре органа управления: силу тяги, руль высоты, руль направления, элероны. Четко оговорены пределы возможных отклонений управляющих органов от номинальных значений. Поэтому при постановке математической задачи управления самолетом можем обоснованно задать ограничение P на векторное управляющее воздействие. Хуже обстоит дело с ограничением на ветровое возмущение. Если оговорить даже не слишком большой уровень возмущения, но рассчитывать на наилучшую помеху, то прогнозируемый результат управления будет неудовлетворительным. В случае реализации слабой ветровой помехи результат получится приемлемым, однако управляющие воздействия будут переключаться с одного предельного положения на другое. Вместе с тем понятно, что с помехой малого уровня можно справиться и при помощи малых отклонений управляющих воздействий от номинала.

Таким образом, имеем дело с процессом управления на конечном промежутке времени, при этом уровень динамической помехи *ограничен, но заранее неизвестен*. Подобные задачи близки к задачам о подавлении управляемой системой внешнего ограниченного возмущения [7–10]. Отличие в том, что в задачах о подавлении, как правило, рассматривается бесконечный промежуток времени и нет ограничения на мгновенные значения полезного управления.

Опираясь на теорию дифференциальных игр, поступим следующим образом. Установим некоторое соответствие между виртуальным уровнем помехи и уровнем отрабатывающего ее управления. Пусть ограничение на помеху характеризуется множеством Q_k , где $k \geq 0$ — числовой параметр. Условимся, что множество Q_k монотонно увеличивается с ростом k . Каждому

¹Работа выполнена в рамках программы Президиума РАН “Математическая теория управления” и при поддержке РФФИ (проекты 07-01-96085, 09-01-00436).

значению k поставим в соответствие также множество P_k — ограничение на полезное управление. Оно увеличивается с ростом $k \in [0, 1]$ и при $k = 1$ совпадает с ограничением P , которое нельзя нарушать. Примем $P_k = P$ при $k \geq 1$.

Паре Q_k, P_k сопоставим в пространстве t, x (время, фазовый вектор) *стабильную* [11, 12] трубку W_k , в которой управление, выбираемое из множества P_k , может удерживать движение, какой бы ни была помеха со значениями из множества Q_k .

Потребуем монотонное возрастание множеств W_k по k . Геометрический образ: расширяющаяся по k система стабильных трубок, каждая из которых соответствует ограничению P_k на полезное управление и ограничению Q_k на помеху. Измеряя в момент t текущее фазовое состояние $x(t)$, идентифицируем индекс \bar{k} трубки $W_{\bar{k}}$, на границе которой находится в рассматриваемый момент система, и на малом промежутке времени применяем подходящее управление со значением в множестве $P_{\bar{k}}$. Если движение выходит из трубки $W_{\bar{k}}$, это означает, что на данном малом промежутке времени действовала помеха большего уровня, чем $Q_{\bar{k}}$. Тогда на следующем дискрете времени будем выбирать управление из множества $P_{\tilde{k}}$, связанного с трубкой $W_{\tilde{k}}$, $\tilde{k} > \bar{k}$, на границе которой находится система в начальный момент дискрета. Если же движение спускается во внутренность трубки $W_{\bar{k}}$, то на следующем дискрете времени применяем управление, уровень которого соответствует трубке $W_{\tilde{k}}$, где $\tilde{k} < \bar{k}$, и т. д.

Можно сказать, что уровень локально используемого управления *подстраивается* (*адаптируется*) под уровень и “качество” действующей помехи. Результат, полученный в конце процесса управления, будет зависеть от того, как сконструирована система $\{W_k\}$ стабильных трубок, каким был максимальный уровень помехи и насколько изопренно она действовала.

Концепция стабильных трубок (стабильных мостов) [11–13] является центральной в рамках теории дифференциальных игр, развиваемой в школе Н. Н. Красовского. В частности, эта концепция лежит в основе способа управления по принципу обратной связи, называемого *методом экстремального прицеливания*, который обеспечивает удержание движения в стабильной трубке. Таким образом, для создания способа управления, функционирующего в условиях, когда уровень динамической помехи заранее неизвестен, можем опираться на хорошо разработанный теоретический материал и соответствующие численные методы, в частности на методы построения *максимальных стабильных мостов*.

Перечислим главные моменты, важные при практической реализации описываемого способа адаптивного управления: наличие численного алгоритма построения стабильных трубок; обеспечение вложенности друг в друга стабильных трубок; конструирование нужной трубки по ходу процесса на основе небольшого числа специальных стабильных трубок, хранящихся в памяти.

Наиболее простыми являются алгоритмы численного построения максимальных стабильных мостов для игровых задач с линейной динамикой и фиксированным моментом окончания [14–20]. Трубки строятся при помощи попятной по времени процедуры перехода от одного t -сечения к другому начиная с момента окончания. При этом если терминальное множество, от которого пятимся, взять выпуклым, то и все t -сечения будут выпуклыми.

Способ построения совокупности вложенных друг в друга стабильных трубок W_k , $k \geq 0$, для задач с линейной динамикой предложен в [21–23]. Он кратко излагается в разд. 1. Вся система $\{W_k\}$ порождается некоторыми двумя трубками, одна из которых входит в систему и соответствует $k = 1$, а другая является вспомогательной и в систему не входит. Произвольная трубка W_k определяется при помощи линейных операций сложения и умножения на скалярный коэффициент указанных двух стабильных трубок, которые только и нужно хранить в памяти. Применение метода экстремального прицеливания для построения адаптивного управления в случае выпуклых сечений $W_k(t)$ является весьма простым.

Основная часть статьи (разд. 2–4) посвящена приложению способа адаптивного управления к задаче посадки самолета в условиях ветрового возмущения. Процесс посадки рассматривается только до момента пролета торца взлетно-посадочной полосы (ВПП). Постановку задачи о посадке с краевыми условиями в момент пролета торца ВПП предложил

В. М. Кейн [1, 24–26]. Краевые условия задаются в виде двух выпуклых множеств. Одно — для вертикального (продольного) канала в координатах *вертикальное отклонение* от номинала, *скорость вертикального отклонения*. Другое — для бокового канала в координатах *боковое отклонение*, *скорость бокового отклонения*. Каждое из множеств имеет смысл допуска. При попадании в допуск обеспечивается успешное выполнение завершающих этапов посадки (снижение до касания ВПП, пробег по ВПП на главных колесах, пробег на всех колесах).

Номинальное движение до момента пролета торца ВПП происходит по прямолинейной глиссаде снижения, высота в момент пролета равна 15 м. Разумной является линеаризация нелинейной динамики относительно номинального движения. Формирование адаптивного управления производится на основе *вспомогательных задач с линейной динамикой* для вертикального и бокового каналов. Прогнозируемый момент пролета торца ВПП корректируется по ходу процесса. Вырабатываемое управление передается в нелинейную систему динамики самолета, в рамках которой и проводится моделирование возникающего движения.

При тестировании разрабатываемого способа управления используем модель микровзрыва ветра из [27].

Статья существенным образом опирается на работы [6, 26, 28, 29], в которых при исследовании задачи посадки предполагалось заданным ограничение на мгновенные значения ветровой помехи. При этом, чтобы избежать резких переключений управляющих органов с одного крайнего положения на другое, использовались чисто инженерные приемы, не охваченные какой-либо универсальной математической идеей. Именно этот недостаток преодолевается в данной работе.

1. Адаптивное управление

Опишем для линейных систем построение адаптивного управления, которое применим затем к задаче посадки.

Рассмотрим линейную по динамике систему

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A(t)z + B(t)u + C(t)v, \\ z &\in \mathbb{R}^m, \quad t \in T, \quad u \in P \subset \mathbb{R}^p, \quad v \in \mathbb{R}^q. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь u, v — векторные управляющие воздействия первого и второго игроков; P — выпуклое компактное ограничение на управление первого игрока; $T = [t_0, t_f]$ — промежуток процесса управления. Условимся, что множество P содержит нуль пространства \mathbb{R}^p . Матричнозначные функции A и C непрерывны по t . Матричнозначная функция B удовлетворяет условию Липшица на промежутке T . Отсутствует какое-либо конкретное ограничение на управление v .

Первый игрок пытается привести n выделенных компонент фазового вектора системы (1.1) в момент t_f на терминальное множество M . Множество M предполагается выпуклым компактом в пространстве указанных n компонент фазового вектора z . Условимся, что множество M содержит некоторую окрестность начала координат этого пространства. Начало координат примем за центр множества M . Перевод n выделенных компонент вектора z как можно ближе к центру множества M соответствует интересам первого игрока.

Перейдем к системе, правая часть которой не содержит фазовый вектор:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= D(t)u + E(t)v, \\ x &\in \mathbb{R}^n, \quad t \in T, \quad u \in P \subset \mathbb{R}^p, \quad v \in \mathbb{R}^q. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Переход осуществляется ([11, с. 160], [12, с. 89–91]) при помощи соотношений

$$x(t) = Z_{n,m}(t_f, t)z(t), \quad D(t) = Z_{n,m}(t_f, t)B(t), \quad E(t) = Z_{n,m}(t_f, t)C(t),$$

где $Z_{n,m}(t_f, t)$ — матрица, составленная из n строк фундаментальной матрицы Коши для системы $\dot{z} = A(t)z$, соответствующих тем компонентам вектора z , в пространстве которых определено множество M . Вектор $x(t)$ есть прогноз на момент t_f выделенных компонент вектора z вдоль движения системы (1.1) на промежутке $[t, t_f]$ при управлениях $u = 0, v = 0$.

Первый игрок старается привести фазовый вектор системы (1.2) на множество M в момент окончания t_f .

Приведенные ниже выкладки сделаны для системы (1.2). Построенное в результате адаптивного управления $U(t, x)$ применительно к системе (1.1) записывается в виде $U(t, Z_{n,m}(t_f, t)z)$.

Пусть символ $S(t) = \{x \in \mathbb{R}^n : (t, x) \in S\}$ означает сечение множества $S \subset T \times \mathbb{R}^n$ в момент $t \in T$. Обозначим через $O(\varepsilon) = \{x \in \mathbb{R}^n : |x| \leq \varepsilon\}$ шар радиусом ε в пространстве \mathbb{R}^n с центром в нуле.

Стабильные мосты. Рассмотрим на интервале $[t_0, t_f]$ антагонистическую дифференциальную игру с терминальным множеством M и геометрическими ограничениями \mathcal{P}, \mathcal{Q} на управления игроков:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= D(t)u + E(t)v, \\ x &\in \mathbb{R}^n, \quad t \in T, \quad M \subset \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathcal{P} \subset \mathbb{R}^p, \quad v \in \mathcal{Q} \subset \mathbb{R}^q. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь матрицы $D(t), E(t)$ те же, что и в системе (1.2). Множества $M, \mathcal{P}, \mathcal{Q}$ предполагаются выпуклыми компактами. Они рассматриваются как параметры игры.

Пусть $u(\cdot)$ и $v(\cdot)$ — измеримые функции времени со значениями в множествах \mathcal{P} и \mathcal{Q} соответственно. Движение системы (1.3) (и, следовательно, системы (1.2)), выходящее из точки x_* в момент t_* в силу управлений $u(\cdot)$ и $v(\cdot)$, обозначим через $x(\cdot; t_*, x_*, u(\cdot), v(\cdot))$.

Следуя [11, 12], определим понятия стабильного и максимального стабильного мостов.

Множество $W \subset T \times \mathbb{R}^n$ назовем *стабильным мостом* для системы (1.3) при некоторых фиксированных множествах \mathcal{P}, \mathcal{Q} и M , если $W(t_f) = M$ и выполнено следующее свойство стабильности: для любой позиции $(t_*, x_*) \in W$ и любого управления $v(\cdot)$ второго игрока первый игрок может подобрать свое управление $u(\cdot)$ так, что позиция $(t, x(t)) = (t, x(t; t_*, x_*, u(\cdot), v(\cdot)))$ остается во множестве W в любой момент $t \in (t_*, t_f]$. Максимальное по включению множество $W \subset T \times \mathbb{R}^n$, $W(t_f) = M$, обладающее свойством стабильности, называется *максимальным стабильным мостом*.

Максимальный стабильный мост является [11, 12] замкнутым множеством. Его t -сечения выпуклы [12, с. 87] в силу линейности системы (1.3) и выпуклости множества M .

Построение системы стабильных мостов. 1°. Выберем множество $Q_{\max} \subset \mathbb{R}^q$, трактуемое как максимальное ограничение на управление второго игрока, которое первый игрок согласен считать “разумным” при приведении системы (1.2) на множество M . Предполагаем, что множество Q_{\max} содержит нуль своего пространства. Обозначим через W_{main} максимальный стабильный мост для системы (1.3), соответствующий параметрам $\mathcal{P} = \mathcal{P}, \mathcal{Q} = Q_{\max}, M = M$. Назовем его для краткости *главным мостом*.

Дополнительно условимся, что множество Q_{\max} выбрано так, что для некоторого $\varepsilon > 0$ при любом $t \in T$ выполнено вложение

$$O(\varepsilon) \subset W_{\text{main}}(t). \quad (1.4)$$

Число ε считаем зафиксированным.

Таким образом, W_{main} — замкнутая трубка в пространстве $T \times \mathbb{R}^n$, обрывающаяся в момент t_f на множестве M . Любые ее t -сечения $W_{\text{main}}(t)$ являются выпуклыми и содержат нуль пространства \mathbb{R}^n вместе с некоторой окрестностью.

2°. Введем *дополнительную* замкнутую трубку $W_{\text{add}} \subset T \times \mathbb{R}^n$, каждое сечение $W_{\text{add}}(t)$ которой есть множество достижимости системы (1.3) в момент t с начальным множеством $O(\varepsilon)$, взятым в момент t_0 . Конструируя трубку W_{add} , предполагаем, что первый игрок отсутствует

($u \equiv 0$), а управление второго игрока стеснено ограничением Q_{\max} . Нетрудно видеть, что W_{add} есть максимальный стабильный мост для системы (1.3) при

$$\mathcal{P} = \{0\}, \quad \mathcal{Q} = Q_{\max}, \quad \mathcal{M} = W_{\text{add}}(t_f).$$

Для любого $t \in T$ сечение $W_{\text{add}}(t)$ является выпуклым и имеет место вложение

$$O(\varepsilon) \subset W_{\text{add}}(t). \quad (1.5)$$

3°. Рассмотрим семейство трубок $W_k \subset T \times \mathbb{R}^n$, $k \geq 0$, сечения $W_k(t)$ которых определяются соотношениями

$$W_k(t) = \begin{cases} kW_{\text{main}}(t), & 0 \leq k \leq 1, \\ W_{\text{main}}(t) + (k-1)W_{\text{add}}(t), & k > 1. \end{cases}$$

Множества $W_k(t)$ компактны и выпуклы. Для любых чисел $0 \leq k_1 < k_2 \leq 1 < k_3 < k_4$ в силу соотношений (1.4), (1.5) выполнены строгие вложения

$$W_{k_1}(t) \subset W_{k_2}(t) \subset W_{k_3}(t) \subset W_{k_4}(t).$$

В работах [30, 31] установлены следующие важные свойства. Трубка W_k при $0 \leq k \leq 1$ является максимальным стабильным мостом для системы (1.3), соответствующим ограничению kP на управление первого игрока, ограничению kQ_{\max} на управление второго игрока и терминальному множеству kM . При $k > 1$ множество W_k есть стабильный мост (но, вообще говоря, не максимальный) для параметров

$$\mathcal{P} = P, \quad \mathcal{Q} = kQ_{\max}, \quad \mathcal{M} = M + (k-1)W_{\text{add}}(t_f).$$

Таким образом, имеем расширяющуюся систему стабильных мостов, в которой каждый больший мост соответствует большему ограничению на управление второго игрока. Эта система мостов порождается двумя мостами W_{main} и W_{add} при помощи операций алгебраического суммирования и умножения на неотрицательный числовой параметр.

Управление обратной связи. Построение адаптивного управления $(t, x) \mapsto U(t, x)$ выполняется следующим образом.

Зафиксируем число $\xi > 0$.

Рассмотрим произвольную позицию (t, x) . Если $|x| \leq \xi$, полагаем $U(t, x) = 0$. В случае $|x| > \xi$ находим положительное число k^* , определяющее мост W_{k^*} , сечение $W_{k^*}(t)$ которого отстоит от точки x на расстояние ξ . На границе множества $W_{k^*}(t)$ вычисляем точку x^* , ближайшую к x . Имеем $|x^* - x| = \xi$. Задаем вектор $u^* \in P_{k^*}$ из условия экстремума

$$(x^* - x)'D(t)u^* = \max\{(x^* - x)'D(t)u : u \in P_{k^*}\}. \quad (1.6)$$

Полагаем $U(t, x) = u^*$.

Таким образом, управление U формируется на основе широко известного в теории дифференциальных игр правила экстремального прицеливания [11–13].

Управление U применяем в *дискретной схеме* [11–13] с шагом Δ по времени. Выбор управляющего воздействия производится в начальный момент очередного дискрета длины Δ , и оно держится постоянным до конца дискрета.

В [23] сформулирована и доказана теорема о гарантии, обеспечиваемой управлением U .

2. Математическая модель динамики самолета

2.1. Основная часть динамики

Движение самолета описывается следующей системой дифференциальных уравнений 12-го порядка [6, 26, 32, 33]:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_g &= V_{xg}, \\
 \dot{V}_{xg} &= [(p \cos \sigma - qsc_x) \cos \psi \cos \vartheta + (p \sin \sigma + qsc_y)(\sin \psi \sin \gamma - \cos \gamma \cos \psi \sin \vartheta) \\
 &\quad + qsc_z(\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma)]/m, \\
 \dot{y}_g &= V_{yg}, \\
 \dot{V}_{yg} &= [(p \cos \sigma - qsc_x) \sin \vartheta + (p \sin \sigma + qsc_y) \cos \vartheta \cos \gamma - qsc_z \cos \vartheta \sin \gamma]/m - g, \\
 \dot{z}_g &= V_{zg}, \\
 \dot{V}_{zg} &= [(p \cos \sigma - qsc_x)(-\sin \psi \cos \vartheta) + (p \sin \sigma + qsc_y)(\cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma) \\
 &\quad + qsc_z(\cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma)]/m, \\
 \dot{\vartheta} &= \omega_z \cos \gamma + \omega_y \sin \gamma, \\
 \dot{\omega}_z &= [I_{xy}(\omega_x^2 - \omega_y^2) - (I_y - I_x)\omega_x\omega_y + M_z]/I_z, \\
 \dot{\psi} &= (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma)/\cos \vartheta, \\
 \dot{\omega}_y &= [(I_y - I_z)I_{xy}\omega_y\omega_z + (I_z - I_x)I_x\omega_x\omega_z + I_xM_y + I_{xy}M_x + I_{xy}\omega_z(I_x\omega_y - I_{xy}\omega_x)]/J, \\
 \dot{\gamma} &= \omega_x - (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \operatorname{tg} \vartheta, \\
 \dot{\omega}_x &= [(I_y - I_z)I_y\omega_y\omega_z + (I_z - I_x)I_{xy}\omega_x\omega_z + I_yM_x + I_{xy}M_y + I_{xy}\omega_z(I_{xy}\omega_y - I_y\omega_x)]/J.
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Фазовые переменные: координаты x_g, y_g, z_g центра масс самолета в *земной* системе координат (см. рис. 1); абсолютные скорости V_{xg}, V_{yg}, V_{zg} ; углы тангажа, рыскания и крена ϑ, ψ, γ ; угловые скорости $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ в связанной системе координат. *Связанная* система координат: ось x направлена по строительной оси самолета, ось y лежит в плоскости симметрии и направлена вверх, ось z завершает правую тройку.

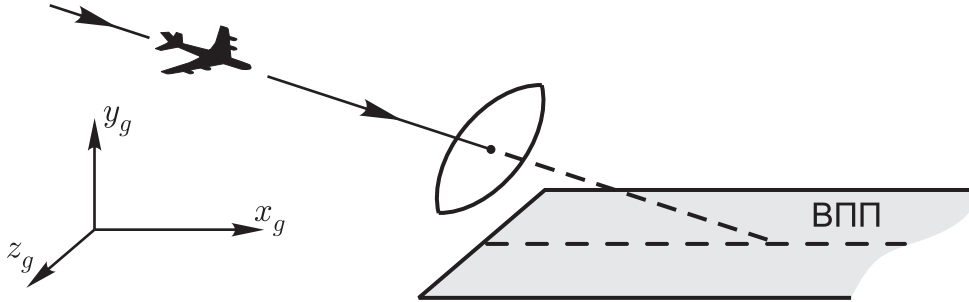


Рис. 1. Посадка самолета.

Скоростной напор q вычисляется по формуле

$$q = \rho \widehat{V}^2 / 2.$$

Аэродинамические моменты:

$$M_x = qslm_x, \quad M_y = qslm_y, \quad M_z = qsbm_z.$$

Величина J определяется через моменты инерции I_x, I_y, I_{xy} :

$$J = I_x I_y - I_{xy}^2.$$

Остальные переменные и константы объясняются ниже.

Управление самолетом осуществляется за счет силы тяги p , отклонений руля высоты δ_e , руля направления δ_r и элеронов δ_a . Отметим, что от величин δ_e , δ_r , δ_a зависят аэродинамические коэффициенты сил c_x , c_y , c_z и моментов m_x , m_y , m_z . Аэродинамические коэффициенты зависят также от угла атаки α и угла скольжения β , которые вычисляются по формулам [32,33]

$$\alpha = \arcsin \left\{ \left[-\widehat{V}_{xg}(\sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma) - \widehat{V}_{yg} \cos \vartheta \cos \gamma - \widehat{V}_{zg}(\cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma) \right] / (\widehat{V} \cos \beta) \right\},$$

$$\beta = \arcsin \left\{ \left[\widehat{V}_{xg}(\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma) - \widehat{V}_{yg} \cos \vartheta \sin \gamma + \widehat{V}_{zg}(\cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma) \right] / \widehat{V} \right\}.$$

Компоненты скорости ветра w_{xg} , w_{yg} , w_{zg} влияют на составляющие \widehat{V}_{xg} , \widehat{V}_{yg} , \widehat{V}_{zg} вектора воздушной скорости:

$$\widehat{V}_{xg} = V_{xg} - w_{xg}, \quad \widehat{V}_{yg} = V_{yg} - w_{yg}, \quad \widehat{V}_{zg} = V_{zg} - w_{zg}.$$

2.2. Числовые характеристики самолета

Будем использовать следующие числовые данные, соответствующие самолету Ту-154:

$$\begin{aligned} s &= 201 \text{ м}^2, & l &= 37.55 \text{ м}, & b &= 5.285 \text{ м}, \\ I_x &= 2.5 \times 10^6 \text{ кг м}^2, & I_y &= 7.5 \times 10^6 \text{ кг м}^2, & I_z &= 6.5 \times 10^6 \text{ кг м}^2, \\ I_{xy} &= 0.5 \times 10^6 \text{ кг м}^2, & m &= 75 \times 10^3 \text{ кг}, & \sigma &= 1.72^\circ. \end{aligned}$$

Здесь m — масса самолета; s — площадь крыла; l — размах крыла; b — средняя аэродинамическая хорда; I_x , I_y , I_z , I_{xy} — моменты инерции; σ — угол установки двигателей. Константы g и ρ , характеризующие ускорение свободного падения и плотность воздуха, зададим в виде

$$g = 9.81 \text{ м с}^{-2}, \quad \rho = 1.207 \text{ кг м}^{-3}.$$

2.3. Аэродинамические коэффициенты

Используя [6, 26, 33], приведем формулы для коэффициентов аэродинамических сил и моментов.

Коэффициенты c_x , c_y , c_z аэродинамических сил в системе (2.1) следует брать в связанной системе координат. Они выражаются через коэффициенты \tilde{c}_x , \tilde{c}_y , \tilde{c}_z в полусвязанной системе соотношениями

$$c_x = \tilde{c}_x \cos \alpha - \tilde{c}_y \sin \alpha, \quad c_y = \tilde{c}_y \cos \alpha + \tilde{c}_x \sin \alpha, \quad c_z = \tilde{c}_z.$$

Полусвязанная система: ось x направлена по проекции вектора воздушной скорости на плоскость симметрии самолета, ось z совпадает с аналогичной осью связанной системы, ось y лежит в плоскости симметрии и завершает правую тройку.

Коэффициенты в полусвязанной системе:

$$\begin{aligned} \tilde{c}_x &= 0.21 + 0.004\alpha + 0.47 \times 10^{-3}\alpha^2, \\ \tilde{c}_y &= 0.65 + 0.09\alpha + 0.003\delta_e, \\ \tilde{c}_z &= -0.0115\beta - (0.0034 - 6 \times 10^{-5}\alpha)\delta_r. \end{aligned}$$

Здесь и ниже угловые величины берутся в градусах.

Коэффициенты m_x , m_y , m_z аэродинамических моментов определяются следующими выражениями. Для момента относительно оси x (строительная ось самолета):

$$\begin{aligned} m_x &= m_x^\beta \beta + m_x^r \delta_r + m_x^a \delta_a + (l/(2\widehat{V}))(\pi/180)(m_x^x \omega_x + m_x^y \omega_y), \\ m_x^\beta &= -0.0035 - 0.0001\alpha, \quad m_x^r = -0.0005 + 0.00003\alpha, \\ m_x^a &= -0.0004, \quad m_x^x = -0.61 + 0.004\alpha, \quad m_x^y = -0.3 - 0.012\alpha. \end{aligned}$$

Для момента относительно оси y :

$$\begin{aligned} m_y &= m_y^\beta \beta + m_y^r \delta_r + m_y^a \delta_a + (l/(2\widehat{V}))(\pi/180)(m_y^x \omega_x + m_y^y \omega_y), \\ m_y^\beta &= -0.004 - 0.00005\alpha, \quad m_y^r = -0.00135 + 0.000015\alpha, \\ m_y^a &= 0, \quad m_y^x = 0.015\alpha, \quad m_y^y = -0.21 - 0.005\alpha. \end{aligned}$$

Для момента относительно оси z :

$$m_z = 0.033 - 0.017\alpha - 0.013\delta_e + 0.047\delta_{st} - 1.29\omega_z/\widehat{V}.$$

Здесь δ_{st} — угол установки стабилизатора руля высоты на хвостовом оперении.

2.4. Динамика исполнительных механизмов

Пусть изменение силы тяги описывается соотношением

$$\dot{p} = -k_p p + \bar{k}_p (\delta_{ps} + \bar{\delta}_p), \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} k_p &= 1 \text{ с}^{-1}, \quad \bar{k}_p = 3538 \text{ Н с}^{-1} \text{град}^{-1}, \quad \bar{\delta}_p = -41.3^\circ, \\ 47^\circ &\leq \delta_{ps} \leq 112^\circ. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь δ_{ps} — угол установки ручки управления двигателем. Подставляя крайние значения $\delta_{ps} = 47^\circ$ и $\delta_{ps} = 112^\circ$ в правую часть (2.2), получаем для уравнения $\dot{p} = 0$ стационарные значения $p \approx 2 \times 10^4$ Н и $p \approx 25 \times 10^4$ Н. Если начальное значение p лежит в пределах $[2 \times 10^4, 25 \times 10^4]$, то величина p останется в этих пределах и далее.

Динамику сервомеханизмов управляющих рулей опишем следующими простыми уравнениями. Для руля высоты:

$$\dot{\delta}_e = k_e (\delta_{es} - \delta_e), \quad k_e = 4 \text{ с}^{-1}, \quad (2.4)$$

$$|\delta_{es}| \leq 10^\circ; \quad (2.5)$$

руля направления:

$$\dot{\delta}_r = k_r (\delta_{rs} - \delta_r), \quad k_r = 4 \text{ с}^{-1}, \quad (2.6)$$

$$|\delta_{rs}| \leq 10^\circ; \quad (2.7)$$

элеронов:

$$\dot{\delta}_a = k_a (\delta_{as} - \delta_a), \quad k_a = 4 \text{ с}^{-1}, \quad (2.8)$$

$$|\delta_{as}| \leq 10^\circ. \quad (2.9)$$

Значения δ_{es} , δ_{rs} , δ_{as} — командные положения руля высоты, руля направления и элеронов.

2.5. Полная нелинейная система

Добавляя соотношения (2.2), (2.4), (2.6), (2.8) к основной системе (2.1), получаем дифференциальную систему в векторной форме

$$\dot{\xi} = f(\xi, u, w), \quad \xi \in \mathbb{R}^{16}, \quad (2.10)$$

где ξ — фазовый вектор; $u = (\delta_{ps}, \delta_{es}, \delta_{rs}, \delta_{as})'$ и $w = (w_{xg}, w_{yg}, w_{zg})'$ — векторы управления и возмущения. Управляющие переменные (командные положения) $\delta_{ps}, \delta_{es}, \delta_{rs}, \delta_{as}$ ограничены сверху и снизу соотношениями (2.3), (2.5), (2.7), (2.9).

3. Линеаризованные системы вертикального и бокового каналов. Формирование адаптивного управления

Для применения изложенного в разд. 1 способа адаптивного управления следует линеаризовать нелинейную динамику самолета относительно номинального движения. Номинальное движение есть движение по прямолинейной глиссаде снижения с постоянной скоростью и без вращений. Для расчета его параметров задаем ожидаемые “средние” значения компонент w_{xg0} , w_{yg0} , w_{zg0} скорости ветра по осям земной системы координат. Угол скольжения β_0 на номинальном движении считаем нулевым. В качестве исходных данных рассматриваем также угол Θ наклона глиссады и номинал \hat{V}_0 воздушной скорости.

Просчитав параметры номинального движения, линеаризуем нелинейную динамику (2.10). Линеаризованная система практически *распадается на две подсистемы* вертикального и бокового каналов. Слабым влиянием подсистем друг на друга пренебрегаем. Разложение линеаризованной системы на две подсистемы является стандартным приемом в авиационной инженерной практике.

Исходные данные для расчета номинального движения и линеаризованных систем возьмем в виде

$$\Theta = 2^\circ 40', \quad \hat{V}_0 = 72.2 \text{ м/с}, \quad w_{xg0} = -5 \text{ м/с}, \quad w_{yg0} = w_{zg0} = 0.$$

Получаемые номинальные значения:

$$\begin{aligned} V_{xg0} &= 67.13 \text{ м/с}, & V_{yg0} &= -3.13 \text{ м/с}, & \alpha_0 &= 5.42^\circ, & \vartheta_0 &= 2.94^\circ, \\ p_0 &= 124500 \text{ Н}, & \delta_{st} &= -1.26^\circ, & \delta_{ps0} &= 76.5^\circ. \end{aligned}$$

Значения γ_0 , ψ_0 , ω_{x0} , ω_{y0} , ω_{z0} , δ_{e0} , δ_{r0} , δ_{a0} , δ_{es0} , δ_{rs0} , δ_{as0} равны нулю.

3.1. Случай безынерционной ветровой помехи

Линейная система вертикального канала описывается уравнением

$$\dot{x}^V = A^V x^V + B^V u^V + C^V w^V. \quad (3.1)$$

Здесь

$$\begin{aligned} x^V &= (\Delta x_g, \Delta V_{xg}, \Delta y_g, \Delta V_{yg}, \Delta \vartheta, \Delta \omega_z, \Delta \delta_e, \Delta p/m)', \\ u^V &= (\Delta \delta_{ps}, \Delta \delta_{es})', \quad w^V = (\Delta w_{xg}, \Delta w_{yg})'. \end{aligned}$$

Приведем числовые значения матриц A^V , B^V , C^V :

$$A^V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0501 & 0 & -0.0973 & -2.6422 & 0 & 0.0628 & 0.9971 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2409 & 0 & -0.6387 & 45.2782 & 0 & 1.4479 & 0.0813 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0003 & 0 & 0.0069 & -0.5008 & -0.5263 & -0.3830 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$B^V = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}',$$

$$C^V = \begin{bmatrix} 0 & 0.0501 & 0 & -0.2409 & 0 & -0.0003 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0973 & 0 & 0.6387 & 0 & -0.0069 & 0 & 0 \end{bmatrix}'.$$

Для бокового канала:

$$\dot{x}^L = A^L x^L + B^L u^L + C^L w^L, \quad (3.2)$$

где

$$x^L = (\Delta z_g, \Delta V_{zg}, \Delta \psi, \Delta \omega_y, \Delta \gamma, \Delta \omega_x, \Delta \delta_a, \Delta \delta_r)',$$

$$u^L = (\Delta \delta_{rs}, \Delta \delta_{as})', \quad w^L = \Delta w_{zg}.$$

Числовые значения матриц A^L , B^L , C^L :

$$A^L = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0769 & -5.5553 & 0 & 9.2719 & 0 & -1.4853 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0013 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0129 & -0.9339 & -0.2588 & -0.0883 & -0.0303 & -0.2456 & -0.0460 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0514 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0331 & -2.3865 & -0.9534 & -0.2256 & -1.4592 & -0.2327 & -0.6894 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix},$$

$$B^L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}',$$

$$C^L = [0 \ 0.0769 \ 0 \ 0.0129 \ 0 \ 0.0331 \ 0 \ 0]'.$$

Ограничения на управляющие воздействия в вертикальном канале примем

$$|\Delta \delta_{ps}| \leq 27 \frac{\pi}{180} = 27^\circ, \quad |\Delta \delta_{es}| \leq 10 \frac{\pi}{180} = 10^\circ. \quad (3.3)$$

В боковом канале:

$$|\Delta \delta_{rs}| \leq 10 \frac{\pi}{180} = 10^\circ, \quad |\Delta \delta_{as}| \leq 10 \frac{\pi}{180} = 10^\circ. \quad (3.4)$$

Таким образом, для каждого канала выписана линейная динамика (в отклонениях от номинального движения) и указаны ограничения на полезное управление. Конструкции адаптивного управления требуют задать также в каждом канале терминальное множество M и множество Q_{\max} — “разумное” ограничение на ветровую помеху.

В вертикальном канале множество M^V введем на плоскости Δy_g , ΔV_{yg} — вертикальное отклонение (м), скорость вертикального отклонения (м/с) в виде выпуклого шестиугольника с вершинами

$$(-3, 0), (-3, 1), (0, 1), (3, 0), (3, -1), (0, -1).$$

Ориентацию множества M^V можно пояснить так: отклонение по вертикали в момент пролета торца ВПП компенсируется противоположным по знаку отклонением от номинала вертикальной скорости.

Множество Q_{\max}^V в вертикальном канале определим неравенствами

$$|\Delta w_{xg}| \leq 6 \text{ м/с}, \quad |\Delta w_{yg}| \leq 4 \text{ м/с}. \quad (3.5)$$

В боковом канале множество M^L возьмем в виде выпуклого шестиугольника с вершинами

$$(-6, 0), (-6, 1.5), (0, 1.5), (6, 0), (6, -1.5), (0, -1.5)$$

в координатах Δz_g , ΔV_{zg} — боковое отклонение (м), скорость бокового отклонения (м/с).

Множество Q_{\max}^L определим неравенством

$$|\Delta w_{zg}| \leq 10 \text{ м/с}. \quad (3.6)$$

Поскольку выпуклое множество M^V задано в пространстве двух координат линейной системы (3.1), то фазовый вектор системы вида (1.2) вертикального канала имеет второй порядок по фазовой переменной. Поэтому сечения $W_{\text{main}}^V(t)$, $W_{\text{add}}^V(t)$ стабильных трубок W_{main}^V , W_{add}^V представляют собой *выпуклые двумерные* множества. Аналогичное свойство справедливо и для сечений $W_{\text{main}}^L(t)$, $W_{\text{add}}^L(t)$ трубок W_{main}^L , W_{add}^L бокового канала. При численном построении стабильных трубок используем алгоритм из работы [34].

Отклонения Δw_{xg} , Δw_{yg} , Δw_{zg} компонент скорости ветра от номинальных значений входят в линейные системы (3.1), (3.2) вертикального и бокового каналов в качестве управляющих воздействий помехи. Для просчета трубок главных мостов W_{main}^V , W_{main}^L мы оговорили ограничения (3.5), (3.6) на помеху. Результаты численного построения показывают, что даже при таких не очень “широких” ограничениях на помеху трубки главных мостов быстро вырождаются при их попятном построении от момента окончания (t -сечения становятся пустыми). Причина в том, что мы допустили разрывные (по времени) изменения составляющих скорости ветра.

3.2. Линейные системы для случая инерционной ветровой помехи

Чтобы учесть *инерционность* изменения скорости ветра, добавим к векторному уравнению (3.1) линейной динамики вертикального канала соотношения

$$\begin{aligned}\Delta \dot{w}_{xg} &= 0.5(\Delta w_{xg} - v_{xg}), \\ \Delta \dot{w}_{yg} &= 0.5(\Delta w_{yg} - v_{yg})\end{aligned}\tag{3.7}$$

и к уравнению (3.2) бокового канала соотношение

$$\Delta \dot{w}_{zg} = 0.5(\Delta w_{zg} - v_{zg}).\tag{3.8}$$

Таким образом, в рамках расширенной линейной системы (3.1), (3.7) вертикального канала величины Δw_{xg} , Δw_{yg} становятся фазовыми переменными, а управляющими воздействиями помехи будут величины v_{xg} , v_{yg} . Стесним их ограничениями

$$|v_{xg}| \leq 6 \text{ м/с}, \quad |v_{yg}| \leq 4 \text{ м/с},\tag{3.9}$$

аналогичными ограничениям (3.5). В расширенной линейной системе (3.2), (3.8) бокового канала величина Δw_{zg} — фазовая переменная, а v_{zg} — воздействие помехи. Ограничение

$$|v_{zg}| \leq 10 \text{ м/с}.\tag{3.10}$$

Главный мост W_{main}^V для системы (3.1), (3.7) вертикального канала с ограничениями (3.3) на полезное управление и ограничениями (3.9) на воздействие помехи уже не вырождается. Не вырождается и главный мост W_{main}^L для системы (3.2), (3.8) бокового канала с ограничениями (3.4) на полезное управление и ограничением (3.10) на помеху. На рис. 2 представлены сечения мостов W_{main}^V и W_{main}^L для нескольких моментов обратного времени $\tau = t_f - t$. Для малых значений τ происходит сужение сечений, затем меняется направление вытянутости, при дальнейшем увеличении τ идет рост сечений при малом изменении направления вытянутости.

3.3. Грубое и точное адаптивное управление

На этапе снижения самолета критической является высота 60 м ([1, с. 167], [33, с. 116]). Ниже этой высоты управление самолетом должно быть особенно аккуратным. Время снижения с высоты 60 м до момента пролета торца ВПП составляет примерно 15 с. Поэтому ограничимся просчетом главных мостов W_{main}^V и W_{main}^L на промежутке обратного времени 15 с. Это означает, что при подготовке главных мостов полагаем $t_f - t_0 = 15$ с. Дополнительные мосты W_{add}^V

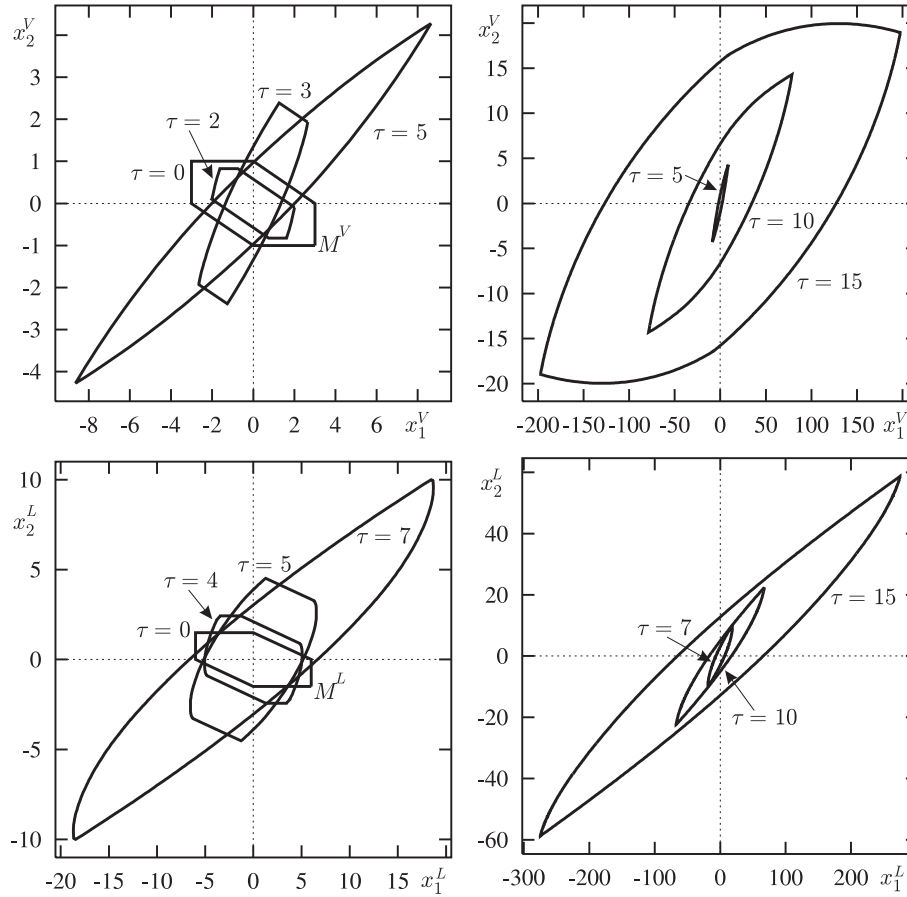


Рис. 2. Несколько сечений главных мостов W_{main}^V вертикального и W_{main}^L бокового каналов.

и W_{add}^L также просчитываются на промежутке длиной 15 с. С этой целью для вертикального (бокового) канала используем построение трубки множества достижимости системы (3.1), (3.7) (соответственно, (3.2), (3.8)) при нулевом полезном управлении и ограничениях (3.9) (соответственно, ограничении (3.10)) на воздействие помехи.

Адаптивное управление применяем следующим образом в дискретной схеме управления с шагом Δ . Предполагаем, что t -сечения главного и дополнительного мостов для каждого канала просчитаны заранее на интервале $[t_0, t_f] = [0, 15]$ также с шагом Δ . Пусть $d(t)$ — расстояние по оси x_g до торца ВПП в текущий момент $t \geq t_*$, где t_* — начальный момент моделирования. Тогда $a(t) = d(t)/V_{xg0}$ — прогнозируемое время до пролета торца ВПП. В случае $a(t) > 15$ используем при построении адаптивного управления сечения мостов, соответствующие $\tau = 15$ с. Если $a(t) \leq 15$, используем сечения, соответствующие моменту $\tau = a(t)$. Таким образом, наше управление формируется упрощенно (с отступлением от точного правила адаптивного управления), если $d(t) > 15V_{xg0} \approx 1000$ м. Если $d(t) \leq 15V_{xg0}$, следуем описанной в разд. 1 схеме адаптивного управления.

4. Результаты моделирования

При моделировании в качестве ветровой помехи будем брать возмущение, обусловленное микровзрывом ветра [35]. *Микровзрыв ветра* — природное явление, состоящее в том, что нисходящий поток воздуха ударяется о землю и далее расходится горизонтально с образованием вихрей. При проходе зоны микровзрыва самолет сначала попадает в поток встречного ветра, который в течение достаточно быстрого времени — десятков секунд — меняется на нисходящий, затем на попутный. Встречный поток воздуха увеличивает воздушную скорость и,

соответственно, подъемную силу, попутный или нисходящий поток — наоборот. Резкая смена направления ветра со встречного на попутный приводит к резкому падению подъемной силы.

Опишем используемую модель микровзрыва [27]. В пространстве задается тор, рис. 3. Вне тора создается турбулентность, внутри же происходит пропорциональное уменьшение скорости ветра при приближении к основному кольцу тора. Параметры микровзрыва: \mathcal{V} — скорость ветра в центральной точке (эта скорость не является максимальной, у края тора скорость ветра может быть до двух раз больше); h — высота центральной точки; R — радиус основного кольца тора, $R_C = 0.8h$ — радиус кольца тора; \tilde{x}_0, \tilde{z}_0 — положение центра тора в плоскости земли.

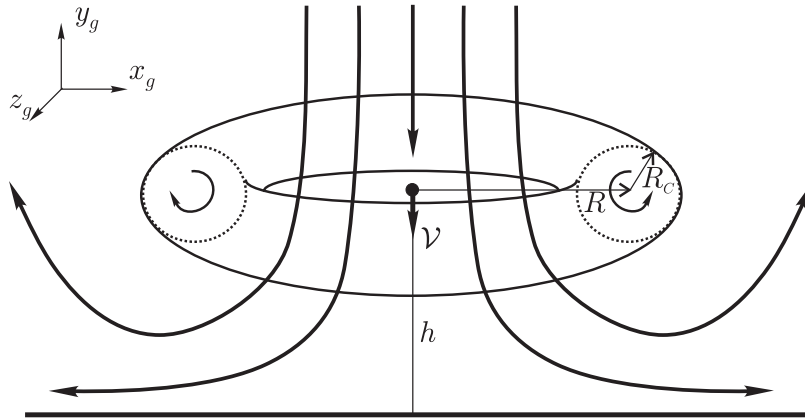


Рис. 3. Модель микровзрыва ветра.

Считаем, что вектор скорости ветра с компонентами w_{xg}, w_{yg}, w_{zg} в точке геометрического положения самолета складывается из номинального вектора скорости (в нашем случае $w_{xg0} = -5$ м/с, $w_{yg0} = w_{zg0} = 0$) и добавки, обусловленной микровзрывом. Значения w_{xg}, w_{yg}, w_{zg} передаются в нелинейную систему (2.10) движения самолета.

Представим результаты моделирования при двух вариантах микровзрыва. Параметры микровзрыва 1: скорость ветра в центральной точке — 10 м/с; радиус основного кольца тора — 1200 м; высота центральной точки — 600 м; расстояние от ВПП по продольной координате (вдоль глиссады) — 4000 м; боковое отклонение от линии глиссады — 500 м. Микровзрыв 2 отличается большей скоростью ветра — 15 м/с — и более близким расположением его центра к ВПП — 2500 м, т. е. второй микровзрыв является более сильным.

Начальное положение самолета находится по оси x_g на расстоянии 8000 м от торца ВПП и отклонено от номинальной позиции на 40 м вверх и на 80 м в сторону.

При формировании управления считаем, что в процессе движения осуществляется *точное измерение* всех фазовых переменных, входящих в описание нелинейной динамики самолета. Шаг Δ дискретной схемы управления равен 0.05 с.

На рис. 4–7 точечной линией обозначены траектории и графики, порожденные микровзрывом 1, сплошной линией — микровзрывом 2.

Вначале предположим, что текущие компоненты скорости ветра *измеряются точно*. Отклонения $\Delta w_{xg}, \Delta w_{yg}$ (Δw_{zg}) используются для просчета фазового состояния линейной системы (3.1), (3.7) вертикального (соответственно, (3.2), (3.8) бокового) канала и тем самым для расчета адаптивного управления в вертикальном (боковом) канале.

На рис. 4 приведены результаты, относящиеся к вертикальному каналу. На рис. 5 представлены результаты для бокового канала. На графиках полезного управления пунктирными линиями обозначены номинальное и максимально допустимые значения. Видно, что реализовавшееся управление не достигает своих крайних допустимых значений. Подчеркнем, что управляющие воздействия представляют собой командные положения (сигналы). Они сглаживаются инерционностью исполнительных механизмов.

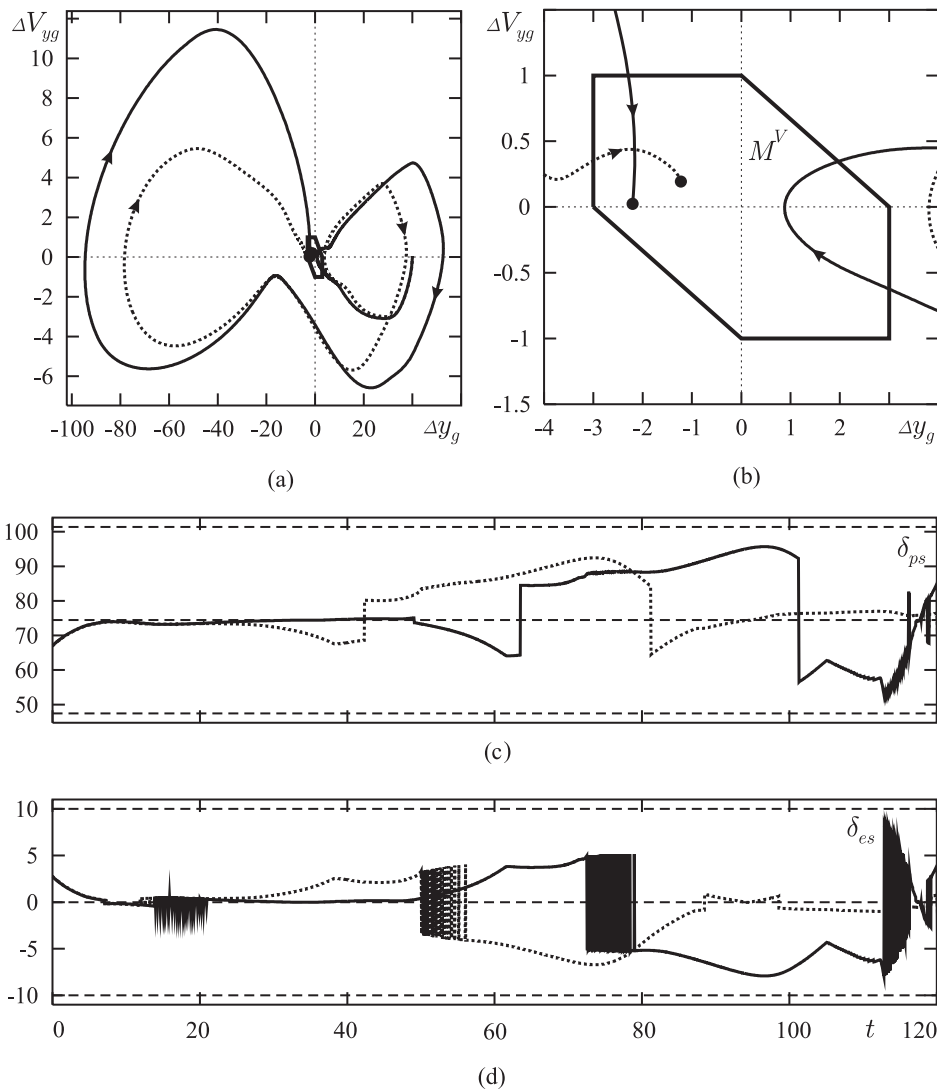


Рис. 4. Моделирование с микровзрывом ветра: (а) — траектории на фазовой плоскости $\Delta y_g \times \Delta V_{yg}$ вертикального канала; (б) — увеличенный фрагмент вблизи терминального множества; (с) — графики командных положений δ_{ps} (град) ручки управления двигателем; (д) — графики командных положений δ_{es} (град) руля высоты. Точечная линия — микровзрыв 1, сплошная — микровзрывы 2.

Графики изменения высоты y_g и бокового отклонения z_g , а также графики компонент w_{xg} , w_{yg} , w_{zg} скорости ветра даны на рис. 6. На графиках ветрового возмущения пунктиром показаны ожидаемые максимальные значения и номинал, на графиках изменения фазовых координат только одна дополнительная линия — номинальная прямая.

Отметим, что скорость ветра на некоторых участках значительно превышала ожидаемые значения. Несмотря на это, в случае слабого микровзрыва управление успешно справилось с возмущением, движения пришли на терминальные множества в обоих каналах. Формально и при сильном микровзрыве терминальные условия выполнены. Обратим, однако, внимание на график изменения высоты. Для сильного микровзрыва он показывает неудовлетворительный результат — примерно за 20 с до момента пролета торца ВПП происходит столкновение с землей. Это объясняется тем, что существенное изменение продольной и вертикальной составляющих скорости ветра произошло на небольшой высоте. Проявился также и недостаток метода: мы не можем напрямую учесть фазовое ограничение по высоте.

Допущение об измерении компонент текущей скорости ветра вряд ли является реалистичным. В связи с этим проведено моделирование, при котором вместо фазовых переменных

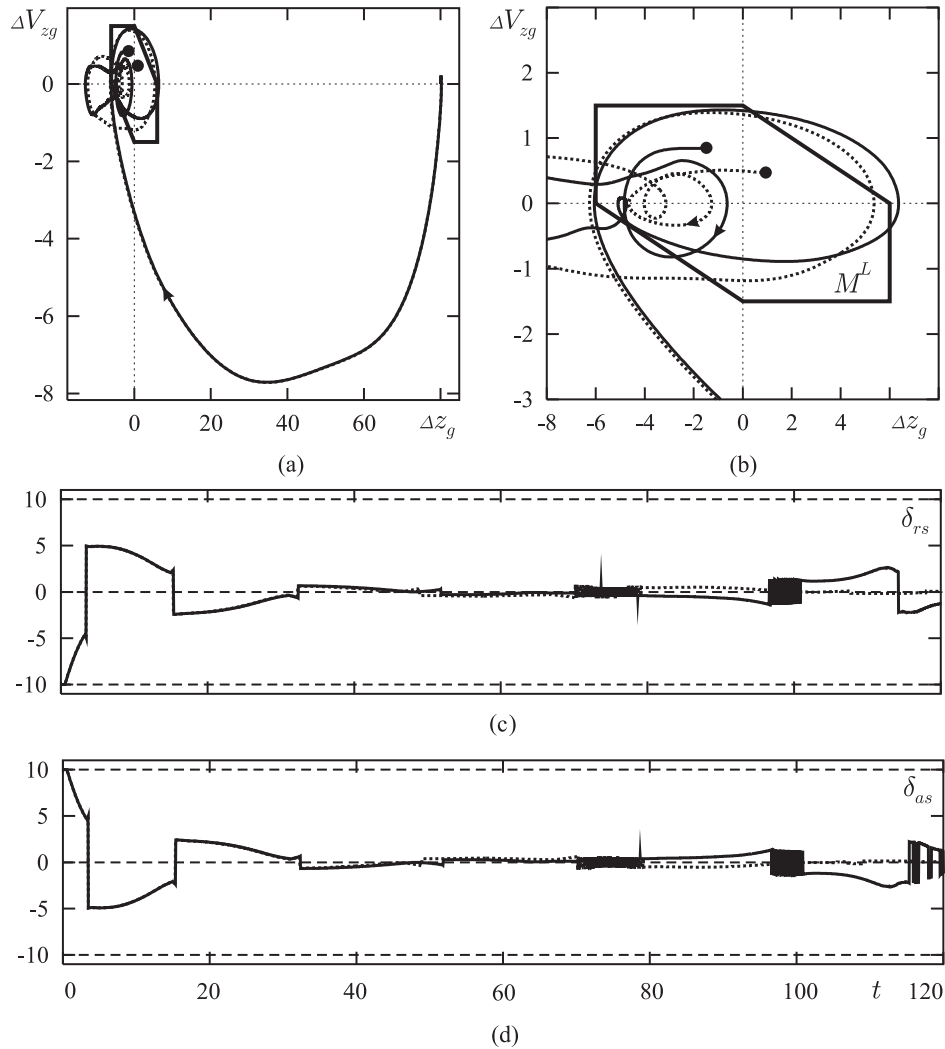


Рис. 5. Моделирование с микровзрывом ветра: (а) — траектории на фазовой плоскости $\Delta z_g \times \Delta V_{zg}$ бокового канала; (б) — увеличенный фрагмент вблизи терминального множества; (с) — графики командных положений δ_{rs} (град) руля направления; (д) — графики командных положений δ_{as} (град) элеронов. Точечная линия — микровзрыв 1, сплошная — микровзрыв 2.

Δw_{xg} , Δw_{yg} , Δw_{zg} линейных систем (3.1), (3.7) и (3.2), (3.8) в схему адаптивного управления подавались нулевые значения. Результаты показаны на рис. 7. Для микровзрыва 1 они не хуже, чем в случае измерения скорости ветра. Хорошие результаты получаются по боковому каналу и при микровзрыве 2. Но по вертикальному каналу результаты плохие: большой промах относительно терминального множества M^L в момент пролета торца ВПП, скользящий режим на крайних управляющих воздействиях по силе тяги и рулю высоты при подлете к торцу ВПП.

Заключение

Особенность исследуемого в работе этапа посадки (до момента пролета торца ВПП) состоит в том, что линеаризованная относительно номинального движения система распадается на подсистемы вертикального и бокового каналов. Весьма значительная скорость продольного движения позволяет рассматривать в качестве базовых вспомогательные задачи управления с фиксированным моментом окончания и применять ориентированные на них вычислительные методы теории дифференциальных игр. При этом, задавая в каждом канале краевые условия в момент окончания в виде выпуклых множеств на плоскости только двух наиболее

существенных для данного канала фазовых переменных, получаем возможность работать с прогнозируемыми на момент окончания значениями этих переменных, что делает вычислительные процедуры построения управления очень простыми. Рассмотренный в статье способ адаптивного управления подстраивается под текущий уровень ветрового возмущения, сохраняя расчетную гарантию при сильной помехе и плавно уменьшая уровень управляющего воздействия при снижении уровня помехи.

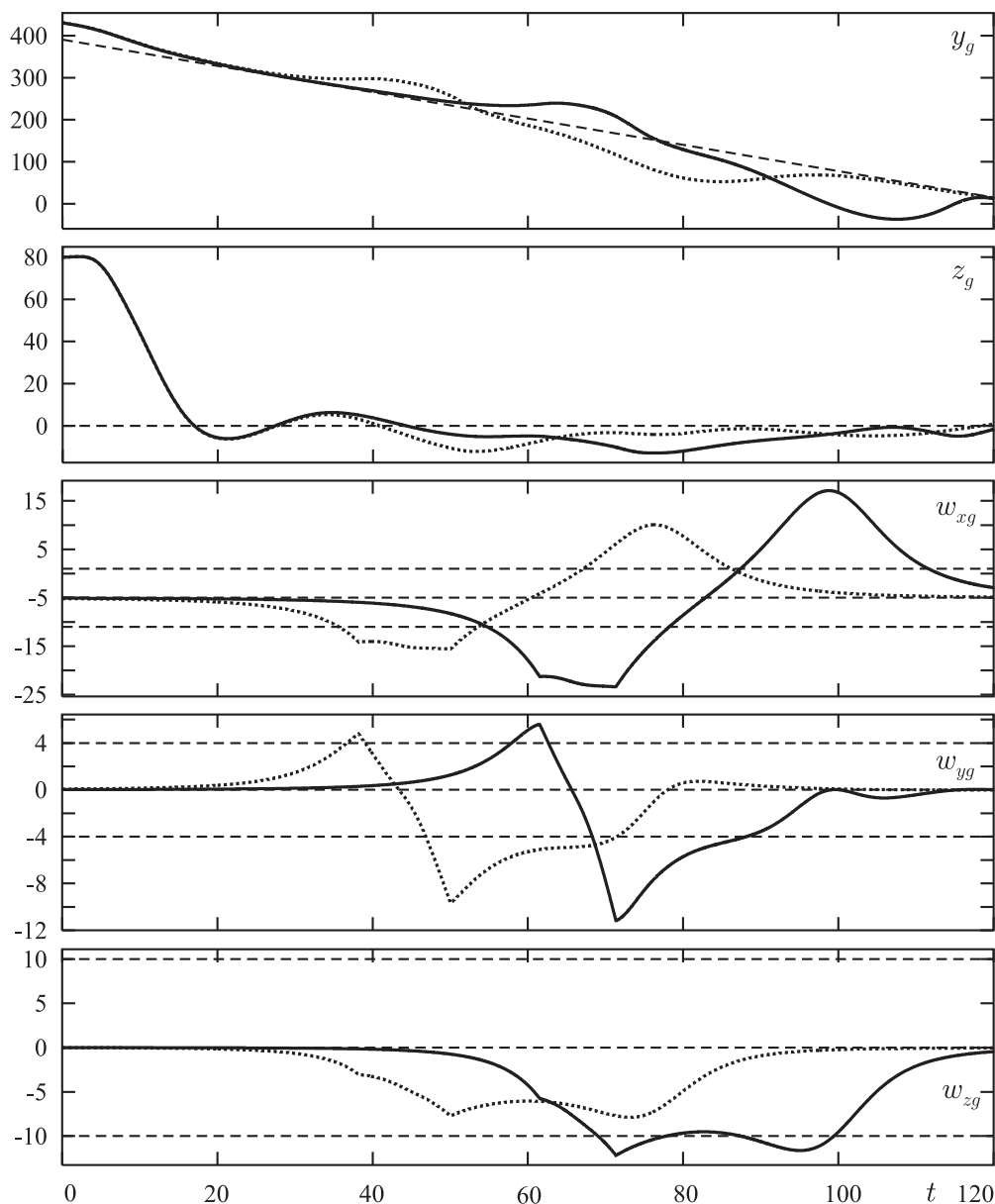


Рис. 6. Графики высоты y_g (м), бокового отклонения z_g (м), продольной w_{xg} (м/с), вертикальной w_{yg} (м/с) и боковой w_{zg} (м/с) компонент скорости ветра. Точечная линия — микровзрыв 1, сплошная — микровзрыв 2.

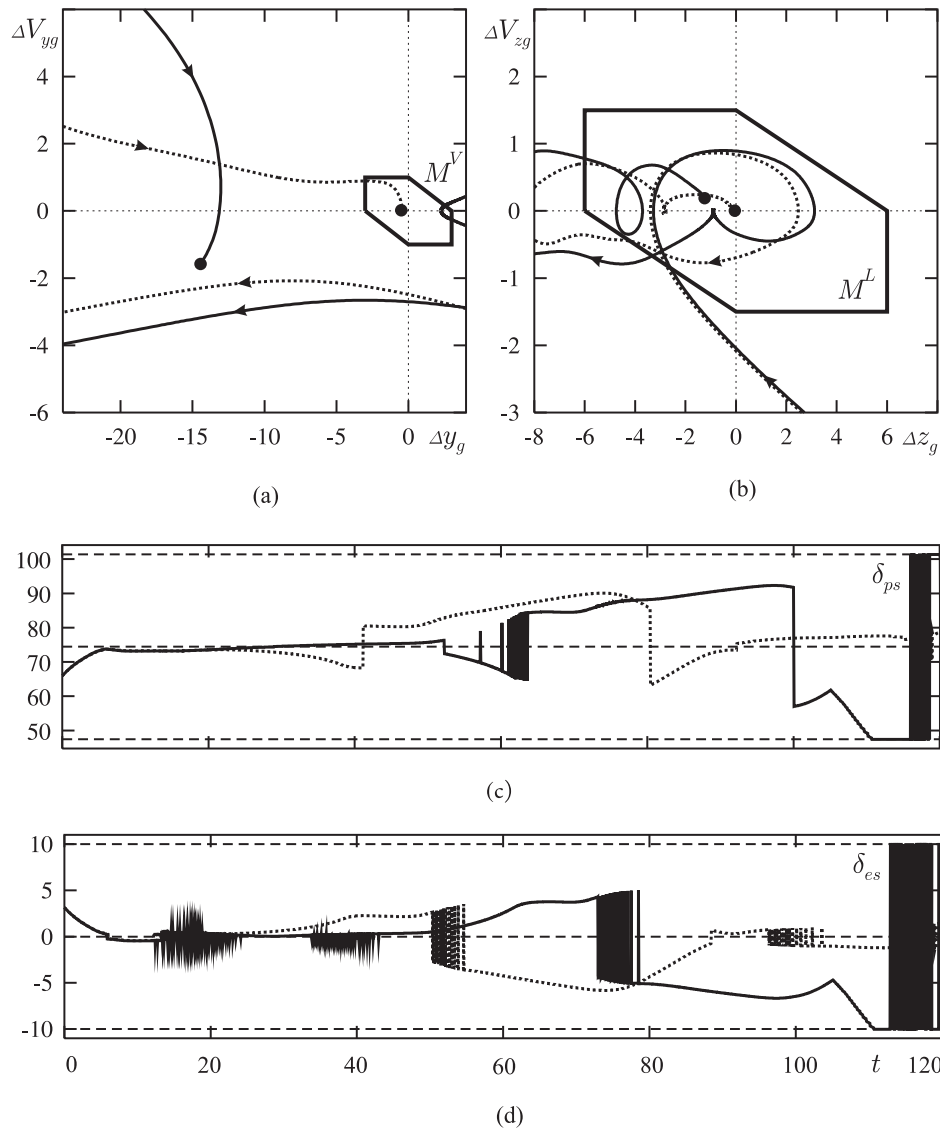


Рис. 7. Результаты моделирования для случая, когда компоненты скорости ветра не измеряются: (a) — фрагменты фазовых траекторий вертикального канала; (b) — фрагменты фазовых траекторий бокового канала; (c), (d) — графики управляющих воздействий вертикального канала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кейн В.М. Оптимизация систем управления по минимаксному критерию. М.: Наука, 1985. 248 с.
2. Корнеев В.А., Меликян А.А., Титовский И.Н. Стабилизация глissады самолета при ветровых возмущениях в минимаксной постановке // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1985. № 3. С. 132–139.
3. Miele A., Wang T., Melvin W.W. Optimal take-off trajectories in the presence of windshear // J. Optim. Theory Appl. 1986. Vol. 49, no. 1. P. 1–45.
4. Optimal penetration landing trajectories in the presence of windshear / A. Miele, T. Wang, H. Wang, W.W. Melvin // J. Optim. Theory Appl. 1988. Vol. 57, no. 1. P. 1–40.
5. Leitmann G., Pandey S. Aircraft control for flight in an uncertain environment: Take-off in windshear // J. Optim. Theory Appl. 1991. Vol. 70, no. 1. P. 25–55.
6. Control of an aircraft landing in windshear / V.S. Patsko, N.D. Botkin, V.M. Kein, V.L. Turova, M.A. Zarkh // J. Optim. Theory Appl. 1994. Vol. 83, no. 2. P. 237–267.
7. Dahleh M.A., Pearson J.B. L^1 -optimal compensators for continuous-time systems // IEEE Trans. Automat. Control. 1987. Vol. 32, no. 10. P. 889–895.

8. **Барабанов А.Е.** Синтез минимаксных регуляторов. С.-Пб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 1996. 224 с.
9. **Поляк Б.Т., Щербаков П.С.** Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
10. **Sokolov V.F.** Suboptimal robust synthesis for MIMO plant under coprime factor perturbations // *Systems and Control Letters*. 2008. Vol. 57, no. 4. P. 348–355.
11. **Красовский Н.Н., Субботин А.И.** Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
12. **Krasovskii N.N., Subbotin A.I.** Game-Theoretical Control Problems. New York., etc.: Springer, 1988. 518 p.
13. **Красовский Н.Н.** Управление динамической системой. М.: Наука, 1985. 520 с.
14. Алгоритмы и программы решения линейных дифференциальных игр / под ред. А.И. Субботина, В.С. Пацко. Свердловск: Ин-т математики и механики УНЦ АН СССР, 1984. 295 с.
15. **Зарх М.А., Пацко В.С.** Численное решение дифференциальной игры наведения третьего порядка // *Изв. АН СССР. Техн. кибернетика*. 1987. № 6. С. 162–169.
16. **Тарасьев А.М., Успенский А.А., Ушаков В.Н.** Приближенное построение множества позиционного поглощения в линейной задаче сближения с выпуклой целью в пространстве \mathbb{R}^3 // *Управление в динамических системах* / под ред. А.И. Субботина, В.Н. Ушакова. Свердловск: Ин-т математики и механики УрО РАН, 1990. С. 93–100.
17. **Боткин Н.Д., Рязанцева Е.А.** Алгоритмы построения множеств разрешимости в линейной дифференциальной игре высокой размерности // *Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН*. Екатеринбург, 1992. Т. 2. С. 128–134.
18. **Зарх М.А., Иванов А.Г.** Построение функции цены игры в линейной дифференциальной игре с фиксированным моментом окончания // *Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН*. Екатеринбург, 1992. Т. 2. С. 140–155.
19. Методы решения дифференциальных игр / Н.Л. Григоренко, Ю.Н. Киселев, Н.В. Лагунова, Д.Б. Силин, Н.Г. Тринько // *Мат. моделирование*. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1993. С. 296–316.
20. Алгоритмы численного решения линейных дифференциальных игр / Е.С. Половинкин, Г.Е. Иванов, М.В. Балашов, Р.В. Константинов, А.В. Хорев // *Мат. сб.* 2001. Т. 192, № 10. С. 95–122.
21. **Ганебный С.А., Кумков С.С., Пацко В.С.** Построение управления в задачах с неизвестным уровнем динамической помехи // *Прикл. математика и механика*. 2006. Т. 70, вып. 5. С. 753–770.
22. **Ganebny S.A., Kumkov S.S., Patsko V.S.** Feedback control in problems with unknown level of dynamic disturbance // *Advances in mechanics: Dynamics and control: proc. of 14th Intern. workshop* / Eds. F.L. Chernousko, G.V. Kostin, V.V. Saurin. М.: Nauka, 2008. P. 125–132.
23. **Ганебный С.А., Кумков С.С., Пацко В.С.** Метод экстремального прицеливания в задачах с неизвестным уровнем динамической помехи // *Прикл. математика и механика*. 2009. Т. 73, вып. 4. С. 573–586.
24. Управление боковым движением самолета на посадке в условиях ветрового возмущения: отчет / Н.Д. Боткин, В.М. Кейн, А.И. Красов, В.С. Пацко. Рег. в ВИНТИ, № 81104592, инв. № 02830078880. Ленинград–Свердловск, 1983.
25. **Кейн В.М., Париков А.Н., Смулов М.Ю.** Об одном способе оптимального управления по методу экстремального прицеливания // *Прикл. математика и механика*. 1980. Т. 44, вып. 3. С. 434–440.
26. **Боткин Н.Д., Пацко В.С.** Анализ применения методов теории дифференциальных игр для имитации ветровых возмущений: отчет. Рег. в ВИНТИ, № 01880003467, инв. № 02880044271. Свердловск, 1987. 46 с.
27. **Ivan M.** A ring-vortex downburst model for real-time flight simulation of severe windshear // *AIAA Flight Simulation Technologies Conf.* St. Louis, Miss. 1985. P. 57–61.
28. **Боткин Н.Д., Пацко В.С., Турова В.Л.** Разработка алгоритмов построения экстремальных ветровых возмущений: отчет. Рег. в ВИНТИ, № 01880003467, инв. № 02880054701. Свердловск, 1987. 58 с.
29. Дифференциальные игры и задачи управления самолетом при ветровых помехах / Н.Д. Боткин, М.А. Зарх, В.Н. Кейн, В.С. Пацко, В.Л. Турова // *Изв. РАН. Техн. кибернетика*. 1993. № 1. С. 68–76.
30. Constructing robust control in differential games: application to aircraft control during landing / S.A. Ganebny, S.S. Kumkov, V.S. Patsko, S.G. Pyatko // *Annals of the International Society of Dynamic Games. Advances in Dynamic Games and Applications* / Eds. S. Jørgensen, M. Quincampoix, T.L. Vincent. Vol. 9. Boston: Birkhäuser, 2007. P. 69–92.

31. Робастное управление в игровых задачах с линейной динамикой: препринт / С.А. Ганебный, С.С. Кумков, В.С. Пацко, С.Г. Пятко. Екатеринбург: Ин-т математики и механики УрО РАН, 2005. 53 с.
32. **Остославский И.В., Стражева И.В.** Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1969. 499 с.
33. Системы цифрового управления самолетом / под ред. А.Д. Александрова, С.М. Федорова. М.: Машиностроение, 1983. 223 с.
34. **Исакова Е.А., Логунова Г.В., Пацко В.С.** Построение стабильных мостов в линейной дифференциальной игре с фиксированным моментом окончания // Алгоритмы и программы решения линейных дифференциальных игр / под ред. А.И. Субботина, В.С. Пацко. Свердловск: Ин-т математики и механики УНЦ АН СССР, 1984. С. 127–158.
35. **Dole С.Е.** Flight Theory and Aerodynamics. New York: John Wiley and Sons, 1981. 320 p.

Ганебный Сергей Александрович
канд. физ.-мат. наук
младший науч. сотрудник
Ин-т математики и механики УрО РАН
e-mail: ganebny@imm.uran.ru

Поступила 01.05.2009

Пацко Валерий Семенович
канд. физ.-мат. наук
зав. сектором
Ин-т математики и механики УрО РАН
e-mail: patsko@imm.uran.ru

Пятко Сергей Григорьевич
д-р техн. наук
директор
НИИ Аэронавигации